

departamento de matemática



universidade de aveiro

1. No espaço vectorial real  $\mathbb{R}^3$ , considere os vectores  $u = (1, 2, -4)$  e  $v = (2, 5, -6)$ .
  - (a) Escreva o vector  $w = (1, -1, -10)$  como combinação linear de  $u$  e  $v$ .
  - (b) Verifique que o vector  $a = (0, 1, 1)$  não é combinação linear de  $u$  e  $v$ .
  - (c) Para que valor do parâmetro real  $k$ , o vector  $c = (1, 0, k)$  é combinação linear de  $u$  e  $v$ ?
2. No espaço vectorial real indicado escreva, sempre que for possível, o vector:
  - (a)  $u = (1, 1, 0)$  como combinação linear dos vectores  $v = (2, 1, -2)$ ,  $w = (1, 0, 0)$  e  $t = (1, 1, 1)$ , em  $\mathbb{R}^3$ .
  - (b)  $a = (2, -3, -4, 3)$  como combinação linear dos vectores  $b = (4, 1, -2, 3)$  e  $c = (1, 2, 1, 0)$ , em  $\mathbb{R}^4$ .
  - (c)  $p(x) = 5x^2 + 9x + 5$  como combinação linear dos vectores  $p_1(x) = 4x^2 + x + 2$ ,  $p_2(x) = 3x^2 - x + 1$  e  $p_3(x) = 5x^2 + 2x + 3$ , em  $P_2[x]$ .
  - (d)  $p(x) = -x^3 + x + 4$  como combinação linear dos vectores  $p_1(x) = x^3 + 2x + 1$ ,  $p_2(x) = x^3 + 3$  e  $p_3(x) = x - 1$ , em  $P_3[x]$ .
  - (e)  $A = \begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$  como combinação linear dos vectores  $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$ ,  $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  e  $D = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$ , em  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ .
  - (f)  $f(x) = 1$  como combinação linear dos vectores  $g(x) = \cos^2 x$  e  $h(x) = \sin^2 x$ , em  $\mathcal{F}(\mathbb{R})$ ;
3. No espaço vectorial real  $M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ , considere as matrizes
 
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & -2 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$

Quais das seguintes matrizes são combinação linear das matrizes  $A$ ,  $B$  e  $C$ ?

  - (a)  $\begin{bmatrix} 6 & 3 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$ ;
  - (b)  $\begin{bmatrix} -1 & 7 \\ 5 & 1 \end{bmatrix}$ ;
  - (c)  $\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .
4. Determine os valores do parâmetro real  $a$  para os quais:
  - (a)  $u = (1, -2, a)$  é combinação linear de  $v = (3, 0, -2)$  e  $w = (2, -1, -5)$ , no espaço vectorial real  $\mathbb{R}^3$ .
  - (b)  $p(x) = ax^2 + x + 2$  é combinação linear de  $q(x) = x^2 + 2x + 1$  e  $r(x) = x + 1$ , no espaço vectorial real  $P_2[x]$ .
  - (c)  $p(x) = (a - 1)x^3 + x$  é combinação linear de  $q(x) = x^3 + 1$  e  $r(x) = 3x - 1$ , no espaço vectorial real  $P_3[x]$ .

5. Considere o espaço vectorial real  $\mathbb{R}^3$ . Determine uma condição que relacione os parâmetros  $x$ ,  $y$  e  $z$  de modo a que o vector  $u = (x, y, z)$  seja combinação linear dos vectores indicados em cada uma das alíneas.
- (a)  $u_1 = (1, -3, 2)$  e  $u_2 = (2, 4, -1)$ ;
  - (b)  $w_1 = (2, 1, 0)$  e  $w_2 = (1, -1, 2)$ ;
  - (c)  $v_1 = (1, 1, -1)$  e  $v_2 = (2, 3, 5)$ .
6. Considere, no espaço vectorial real  $\mathbb{R}^3$ , os vectores  $v_1 = (1, -3, 2)$  e  $v_2 = (2, 4, -1)$ .
- (a) Escreva o vector  $v = (-4, -18, 7)$  como combinação linear de  $v_1$  e  $v_2$ .
  - (b) Mostre que o vector  $w = (4, 3, -6)$  não é combinação linear de  $v_1$  e  $v_2$ .
  - (c) Determine o valor do parâmetro  $k$  de modo a que o vector  $a = (-1, k, -7)$  seja combinação linear de  $v_1$  e  $v_2$ .
  - (d) Determine uma condição que relacione os parâmetros  $x$ ,  $y$  e  $z$  de modo a que o vector  $u = (x, y, z)$  seja combinação linear de  $v_1$  e  $v_2$ .
7. Considere o espaço vectorial real  $P_2[x]$ . Determine uma condição que relacione os parâmetros  $a$ ,  $b$  e  $c$  de modo a que o polinómio  $p(x) = ax^2 + bx + c$  seja combinação linear dos polinómios  $q(x) = x^2 + 5x - 6$  e  $r(x) = x^2 + 1$ .

1. (a)  $w = 7u - 3v$ ;  
(c)  $k = -8$ .
2. (a)  $u = \frac{1}{3}v - \frac{1}{3}w + \frac{2}{3}t$ ;  
(b)  $a = b - 2c$ ;  
(c)  $p(x) = 3p_1 - 4p_2 + p_3$ ;  
(d) não é combinação linear;  
(e)  $A = 2B + C + D$ ;  
(f)  $f = g + h$ .
3. São combinação linear as matrizes das alíneas (a) e (c) .
4. (a)  $a = -8$ ;  
(b)  $a = -1$ ;  
(c)  $a = \frac{2}{3}$ .
5. (a)  $-x + y + 2z = 0$ ;  
(b)  $2x - 4y - 3z = 0$ ;  
(c)  $8x - 7y + z = 0$ .
6. (a)  $v = 2v_1 - 3v_2$ ;  
(c)  $k = 13$ ;  
(d)  $y = x - 2z$ .
7.  $c - a - b = 0$ .