departamento de matemática **universidade de aveiro**

1. Indique, justificando, qual ou quais dos seguintes subconjuntos são subespaços vectoriais do espaço vectorial real indicado na respectiva alínea.

   (a) em $\mathbb{R}^2$:

   i. $S = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 : a + b = 0\}$;
   ii. $S = \{(a,b) \in \mathbb{R}^2 : (a,b) \neq (1,1)\}$;
   iii. $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 1\}$;
   iv. $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 3\}$.

   (b) em $\mathbb{R}^3$:

   i. $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - y = 0\}$;
   ii. $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - y = 1 \wedge z = 0\}$;
   iii. $V = \{(x,y,1) : x, y \in \mathbb{R}\}$;
   iv. $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - 4z = 0\}$;
   v. $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$;
   vi. $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 = y^2\}$;
   vii. $V = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : xz = 0\}$

2. Averigúe se os seguintes conjuntos são subespaços vectoriais dos espaços vectoriais indicados:

   (a) no espaço vectorial real $\mathbb{R}^4$, o conjunto
   $$S = \{(x,y,z,w) \in \mathbb{R}^4 : x + y = 2z - w = 0\};$$

   (b) no espaço vectorial real $P_2[x]$, o conjunto dos polinómios $ax^2 + bx + c \in P_2[x]$ tais que

   i. $c = 0$; ii. $b = 1$; iii. $c = -a$; iv. $bc = 0$.

   (c) no espaço vectorial real $M_{n\times n}(\mathbb{R})$, o conjunto das matrizes $X \in M_{n\times n}(\mathbb{R})$ tais que

   i. $\det X = 1$;
   ii. X é simétrica;
   iii. X é invertível;
   iv. $AX = 0_{n\times n}$, para alguma matriz $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R}) \setminus \{0_{n\times n}\}$;
   v. $AX = I_n$, para alguma matriz $A \in M_{n\times n}(\mathbb{R}) \setminus \{0_{n\times n}\}$.

   (d) no espaço vectorial real $\mathcal{F}(\mathbb{R})$, o conjunto das funções $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R})$ tais que

   i. $f(x) < 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$; ii. $f(0) = 0$.

3. No espaço vectorial real $\mathbb{R}^3$, considere o conjunto $A = \{(x,y,k) : x, y \in \mathbb{R}\}$, onde k é uma constante real. Que valores pode tomar k para que A seja um subespaço vectorial de $\mathbb{R}^3$? Verifique.

1. são subespaços vectoriais as alíneas (a) i.; (b) i., iv..
2. são subespaços vectoriais as alíneas (a) ; (b) i., iii.; (c) ii., iv.; (d) ii..
3. $k = 0$