

departamento de matemática



universidade de aveiro

1. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 3x + y = k^2 - 9 \\ x - 2y = k^2 + k - 6 \end{cases}$$

Determine o valor do parâmetro real k para o qual o sistema é homogêneo.

2. Para cada alínea, considere o sistema de equações lineares homogêneo que tem como matriz dos coeficientes a matriz dada e encontre o conjunto solução desse sistema.

(a) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 8 & 3 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ -3 & 6 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$

(e) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 6 & 9 & -3 \end{bmatrix}$

(f) $\begin{bmatrix} 2 & -1 & 6 & 0 & -3 & 7 \\ -3 & 1 & 3 & -5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$

(g) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$

(h) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$

3. Para cada sistema de equações lineares, escreva a sua forma matricial e expresse o conjunto solução como a soma de uma solução particular desse sistema com a solução geral do sistema homogêneo associado.

(a) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y = 3 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$

(b) $\begin{cases} x - y - 4z = -4 \\ x + 2y + 5z = 2 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$

(c) $\begin{cases} 2x + y - z - w = -1 \\ 3x + y + z - 2w = -2 \\ -x - y + z + w = 2 \\ -2x - y + 2w = 3 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} x + y - z - 5t = 2 \\ y + z - 4t = -1 \\ y + z + w + t = -1 \\ 2x - 4z + w + t = 6 \end{cases}$

4. Dado o sistema de equações lineares homogêneo

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + ay + 2z + 3t = 0 \\ x + y + az + 4t = 0 \\ x + y + z + at = 0 \end{cases}$$

determine os valores de a para os quais o sistema

- (a) não admite solução;
- (b) é simplesmente indeterminado (ou seja, com grau de indeterminação 1), e resolva-o neste caso.

5. Considere o sistema de equações lineares escrito na forma matricial

$$\begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -4 & 0 & b \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -7 \\ c \end{bmatrix}$$

- (a) Para que valores de a , b e c o terno $(1, 2, 3)$ é solução do sistema?
 - (b) Existem valores de a , b e c de modo que o sistema homogêneo associado seja indeterminado?
6. Em cada caso, ou demonstre que a afirmação é verdadeira ou dê um exemplo mostrando que é falsa. Assuma que é dado um sistema de equações lineares cuja matriz ampliada é a matriz M e a forma escalonada dessa matriz é a matriz R .
- (a) Se o sistema é homogêneo então a única solução é a solução trivial.
 - (b) Se o sistema possui uma solução não trivial então não pode ser um sistema homogêneo.
 - (c) Se o sistema possui a solução trivial então é homogêneo.
 - (d) Se o sistema é homogêneo e possui uma solução não trivial então tem infinitas soluções não triviais.
 - (e) Se o sistema é homogêneo e possui uma solução não trivial então R tem uma linha de zeros.
 - (f) Se o sistema é homogêneo e R tem uma linha de zeros, então existem soluções não triviais.
 - (g) Se o sistema é homogêneo e M é uma matriz $m \times n$ e tem característica m então o sistema tem apenas a solução trivial.

1. $k = -3$.
2. (a) $\left\{\left(-\frac{9}{5}z, -\frac{3}{5}z, z\right) : z \in \mathbb{R}\right\};$
(b) $\{(0, 0, 0)\};$
(c) $\left\{\left(\frac{2}{7}z + \frac{13}{7}w, \frac{4}{7}z - \frac{2}{7}w, z, w\right) : z, w \in \mathbb{R}\right\};$
(d) $\{(2y - 3w, y, -5w, w) : y, w \in \mathbb{R}\};$
(e) $\{(2z, -z, z) : z \in \mathbb{R}\};$
(f) $\{(9z - 5w - 2t + 11r, 24z - 10w - 7t + 29r, z, w, t, r) : z, w, t, r \in \mathbb{R}\};$
(g) $\{(-7t - 2y, y, 3t, -t, t) : y, t \in \mathbb{R}\};$
(h) $\left\{\left(-\frac{13}{4}w - 2t, \frac{23}{4}w + 6t, \frac{11}{4}w + 3t, w, t\right) : z \in \mathbb{R}\right\}.$
3. (a) $\{(1, 1, 0) + (0, 0, 0)\};$
(b) $\{(-2, 2, 0) + (z, -3z, z) : z \in \mathbb{R}\};$
(c) $\{(1, -1, 0, 2) + (0, 0, 0, 0)\};$
(d) $\{(3, -1, 0, 0, 0) + (2x, -x, x, 0, 0) : x \in \mathbb{R}\}.$
4. (a) $a \in \emptyset;$ (b) $a = 1$ e $CS = \{(-y, y, 0, 0) : y \in \mathbb{R}\}.$
5. (a) $a = -2, b = -1$ e $c = 4;$ (b) Não.
6. (a) F; (b) F; (c) V; (d) V; (e) F; (f) F; (g) F.