



1. Considere o sistema de equações lineares

$$\begin{cases} 3x + y = k^2 - 9 \\ x - 2y = k^2 + k - 6 \end{cases}$$

Determine o valor do parâmetro real  $k$  para o qual o sistema é homogéneo.

2. Para cada alínea, considere o sistema de equações lineares homogéneo que tem como matriz dos coeficientes a matriz dada e encontre o conjunto solução desse sistema.

$$(a) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 3 & 0 \\ -1 & 8 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(b) \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

$$(c) \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 & 4 \\ 1 & 10 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(d) \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ -3 & 6 & 1 & -4 \\ 2 & -4 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(e) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 6 & 9 & -3 \end{bmatrix}$$

$$(f) \begin{bmatrix} 2 & -1 & 6 & 0 & -3 & 7 \\ -3 & 1 & 3 & -5 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

$$(g) \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 4 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$(h) \begin{bmatrix} 1 & 1 & -2 & 3 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 7 & 3 \end{bmatrix}$$

3. Para cada sistema de equações lineares, escreve a sua forma matricial e expresse o conjunto solução como a soma de uma solução particular desse sistema com a solução geral do sistema homogéneo associado.

$$(a) \begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y = 3 \\ x - y - z = 0 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} x - y - 4z = -4 \\ x + 2y + 5z = 2 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 2x + y - z - w = -1 \\ 3x + y + z - 2w = -2 \\ -x - y + z + w = 2 \\ -2x - y + 2w = 3 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} x + y - z - 5t = 2 \\ y + z - 4t = -1 \\ y + z + w + t = -1 \\ 2x - 4z + w + t = 6 \end{cases}$$

4. Dado o sistema de equações lineares homogéneo

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x + ay + 2z + 3t = 0 \\ x + y + az + 4t = 0 \\ x + y + z + at = 0 \end{cases}$$

determine os valores de  $a$  para os quais o sistema

- (a) não admite solução;
- (b) é simplesmente indeterminado (ou seja, com grau de indeterminação 1), e resolva-o neste caso.

5. Considere o sistema de equações lineares escrito na forma matricial

$$\begin{bmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ -4 & 0 & b \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ -7 \\ c \end{bmatrix}$$

- (a) Para que valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  o terno  $(1, 2, 3)$  é solução do sistema?
- (b) Existem valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  de modo que o sistema homogéneo associado seja indeterminado?

6. Em cada caso, ou demonstre que a afirmação é verdadeira ou dê um exemplo mostrando que é falsa. Assuma que é dado um sistema de equações lineares cuja matriz ampliada é a matriz  $M$  e a forma escalonada dessa matriz é a matriz  $R$ .

- (a) Se o sistema é homogéneo então a única solução é a solução trivial.
- (b) Se o sistema possui uma solução não trivial então não pode ser um sistema homogéneo.
- (c) Se o sistema possui a solução trivial então é homogéneo.
- (d) Se o sistema é homogéneo e possui uma solução não trivial então tem infinitas soluções não triviais.
- (e) Se o sistema é homogéneo e possui uma solução não trivial então  $R$  tem uma linha de zeros.
- (f) Se o sistema é homogéneo e  $R$  tem uma linha de zeros, então existem soluções não triviais.
- (g) Se o sistema é homogéneo e  $M$  é uma matriz  $m \times n$  e tem característica  $m$  então o sistema tem apenas a solução trivial.

1.  $k = -3$ .

2. (a)  $\left\{ \left( -\frac{9}{5}z, -\frac{3}{5}z, z \right) : z \in \mathbb{R} \right\}$ ;  
(b)  $\{(0, 0, 0)\}$ ;  
(c)  $\left\{ \left( \frac{2}{7}z + \frac{13}{7}w, \frac{4}{7}z - \frac{2}{7}w, z, w \right) : z, w \in \mathbb{R} \right\}$ ;  
(d)  $\{(2y - 3w, y, -5w, w) : y, w \in \mathbb{R}\}$ ;  
(e)  $\{(2z, -z, z) : z \in \mathbb{R}\}$ ;  
(f)  $\{(9z - 5w - 2t + 11r, 24z - 10w - 7t + 29r, z, w, t, r) : z, w, t, r \in \mathbb{R}\}$ ;  
(g)  $\{(-7t - 2y, y, 3t, -t, t) : y, t \in \mathbb{R}\}$ ;  
(h)  $\left\{ \left( -\frac{13}{4}w - 2t, \frac{23}{4}w + 6t, \frac{11}{4}w + 3t, w, t \right) : z \in \mathbb{R} \right\}$ .

3. (a)  $\{(1, 1, 0) + (0, 0, 0)\}$ ;  
(b)  $\{(-2, 2, 0) + (z, -3z, z) : z \in \mathbb{R}\}$ ;  
(c)  $\{(1, -1, 0, 2) + (0, 0, 0, 0)\}$ ;  
(d)  $\{(3, -1, 0, 0, 0) + (2x, -x, x, 0, 0) : x \in \mathbb{R}\}$ .

4. (a)  $a \in \emptyset$ ; (b)  $a = 1$  e  $CS = \{(-y, y, 0, 0) : y \in \mathbb{R}\}$ .

5. (a)  $a = -2$ ,  $b = -1$  e  $c = 4$ ; (b) Não.

6. (a) F; (b) F; (c) V; (d) V; (e) F; (f) F; (g) F.