

{ Sobre a Construção de Algoritmos Recorrentes }

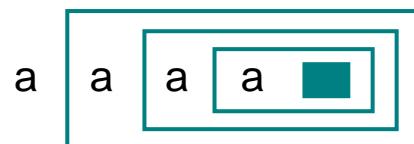
* Sequência a^n , $n \in \mathbb{N}$

Para $n = 4$:

aaaa

- escrever a sequência a^n consiste em:

escrever **a**;
escrever a sequência a^{n-1} .



- a sequência a^0 é Vazia.

O procedimento sequencia:

```

procedure sequencia (n : natural);

    begin if n > 0
        then begin write('a');
                    sequencia(n-1)
        end
    end;

```

* Palavra $a^n b^n$, $n \in \mathbb{N}$

Para $n = 4$:

aaaabbbb

- A Palavra $a^n b^n$ é uma sequência de \underline{n} a's seguidos de \underline{n} b's.



- escrever a Palavra $a^n b^n$ consiste em:

escrever **a**;
escrever a Palavra $a^{n-1} b^{n-1}$;
escrever **b**.

- a Palavra $a^0 b^0$ consiste na Palavra Vazia.

Procedimento palavra:

```
procedure palavra (n : natural);
begin if n > 0
    then begin write('a');
            palavra (n-1);
            write('b')
        end
end;
```

Simulação para a execução da chamada palavra(4) :

palavra (n = 4):

{ n > 0 }

escreve ('a');

palavra (n = 3):

{ n > 0 }

escreve ('a');

palavra (n = 2):

{ n > 0 }

escreve ('a');

palavra (n = 1):

{ n > 0 }

escreve ('a');

palavra (n = 0):

{ n = 0 }

escreve ('b');

escreve ('b');

escreve ('b');

escreve ('b');

Considere o procedimento palavra:

```
procedure palavra (n : natural);
begin if n > 0
      then begin write('a');
              palavra (n-1);
              write('b')
      end
end;
```

Introduza alterações para que passe a escrever:

- a^{2n}
- a^{2n+1}
- $a^n c b^n$
- a^{2n-1}
- (para $n = 6$) **123456**
- (para $n = 6$) **654321**
- (para $n = 6$) **65432123456**
- (para $n = 6$) **12345654321**

* Losangos de asteriscos

Losango de dimensão 8:

```
*
 ***
 ****
 *****
 ******
 ******
 *****
 ****
 ***
```

- Um losango de dimensão n consiste em $2n - 1$ linhas, de dimensões: $1, 2, \dots, n-1, n, n-1, \dots, 2, 1$
- Cada linha de dimensão k consiste em:
 $20 - k$ espaços em branco;
sequência de $2k - 1$ asteriscos;
mudança de linha.
- O módulo fundamental é o procedimento recorrente sequência.
- O procedimento global losango é análogo ao procedimento sequência.

Procedimento sequencia:

Primeira versão:

```
procedure sequencia (max : natural);  
  
    begin if max = 1  
        then write(F, '**')  
        else begin write(F, '**');  
                sequencia (max-1);  
                write(F, '**')  
            end  
    end;
```

Simulação para a execução da chamada sequencia(4) :

sequencia (max = 4):

{ max ≠ 1 }

escreve ('*');

sequencia (max = 3):

{ max ≠ 1 }

escreve ('*');

sequencia (max = 2):

{ max ≠ 1 }

escreve ('*');

sequencia (max = 1):

{ max = 1 }

escreve ('*');

escreve ('*');

escreve ('*');

escreve ('*');

Segunda versão:

```
procedure sequencia (inf, sup : natural);

begin if inf = sup
    then write(F, '*')
    else begin write(F, '*');
        sequencia (inf+1, sup);
        write(F, '*')
    end
end;
```

Simulação para a execução da chamada sequencia(1, 4) :

sequencia (inf = 1, sup = 4):

{ *inf* ≠ *sup* }

escreve ('*');

sequencia (inf = 2, sup = 4):

{ *inf* ≠ *sup* }

escreve ('*');

sequencia (inf = 3, sup = 4):

{ *inf* ≠ *sup* }

escreve ('*');

sequencia (inf = 4, sup = 4):

{ *inf* = *sup* }

escreve ('*');

escreve ('*');

escreve ('*');

escreve ('*');

{ O procedimento global losango tem a mesma estrutura que esta versão do procedimento sequencia. }

program asteriscos(input, F);
(* Desenha losangos de asteriscos *)

type natural = 0..maxint;
var dim : natural;
F : text;

procedure sequencia(inf, sup : natural);
 begin **if** inf = sup
 then write(F, '*')
 else **begin** write(F, '*');
 sequencia(inf+1, sup);
 write(F, '*')
 end
 end; {sequencia}

procedure linha(comp : natural);
 begin write(F, ' ': 20 - comp);
 sequencia(1, comp);
 writeln(F)
 end; {linha}

procedure losango(i, n : natural);
 begin **if** i = n
 then linha(i)
 else **begin** linha(i);
 losango(i+1, n);
 linha(i)
 end
 end; {losango}

begin assign(F, 'stars1.txt'); rewrite(F);
 write('Qual a dimensão do Losango? ');
 readln(dim);
 losango(1, dim);
 close(F)
end.

{ Como o procedimento sequencia é local ao procedimento linha e o procedimento linha é local ao procedimento losango, podemos escrever todo o módulo de uma forma mais estruturada. }

```
procedure losango(i, n : natural);

    procedure linha(comp : natural);

        procedure sequencia(inf, sup : natural);

            begin if inf = sup
                  then write(F, '*')
                  else begin write(F, '*');
                           sequencia(inf+1, sup);
                           write(F, '*')
                       end
            end; {sequencia}

            begin write(F, ' ': 20 - comp);
                  sequencia(1, comp);
                  writeln(F)
            end; {linha}

        begin if i = n
              then linha(i)
              else begin linha(i);
                      losango(i+1, n);
                      linha(i)
                  end
        end; {losango}
```

* Losangos de números

Losango de dimensão 8:

- O problema é análogo ao anterior.
 - Pode ser resolvido por adaptações de ambas as versões do procedimento sequencia.
 - Os procedimentos linha e losango são os mesmos.

A utilização directa da primeira versão do procedimento sequencia,

```
procedure sequencia (max : natural);  
  
    begin if max = 1  
        then write(F, max:3)  
        else begin write(F, max:3);  
              sequencia (max-1);  
              write(F, max:3)  
        end  
    end;
```

iria gerar, para max = 6,

6 5 4 3 2 1 2 3 4 5 6

Uma adaptação óbvia seria utilizar o identificador global comp,

```
procedure sequencia (max : natural);  
  
    begin if max = 1  
        then write(F, comp : 3)  
        else begin write(F, comp-max+1 : 3);  
              sequencia (max-1);  
              write(F, comp-max+1 : 3)  
        end  
    end;
```

que iria gerar, para max = 6, o resultado pretendido:

1 2 3 4 5 6 5 4 3 2 1

A segunda versão do procedimento sequencia é a mais adequada.

```
program numeros(input, F);  
(* Desenha losangos de números *)
```

```
type natural = 0..maxint;  
var dim : natural;  
F : text;
```

```
procedure sequencia(inf, sup : natural);  
    begin if inf = sup  
        then write(F, inf:3)  
    else begin write(F, inf:3);  
            sequencia(inf+1, sup);  
            write(F, inf:3)  
        end  
    end; {sequencia}
```

```
procedure linha(comp : natural);  
    begin write(F, ' ': 20 - comp);  
            sequencia(1, comp);  
            writeln(F)  
    end; {linha}
```

```
procedure losango(i, n : natural);  
    begin if i = n  
        then linha(i)  
    else begin linha(i);  
            losango(i+1, n);  
            linha(i)  
        end  
    end; {losango}
```

```
begin assign(F, 'nums1.txt'); rewrite(F);  
    write('Qual a dimensão do Losango? ');  
    readln(dim);  
    losango(1, dim);  
    close(F)  
end.
```

(* versão estruturada *)

```
program numeros(input, F);
(* Desenha losangos de números *)
```

```
type natural = 0..maxint;
var dim : natural;
      F : text;
```

```
procedure losango(i, n : natural);
```

```
    procedure linha(comp : natural);
```

```
        procedure sequencia(inf, sup : natural);
```

```
            begin if inf = sup
                then write(F, inf:3)
                else begin write(F, inf:3);
                                sequencia(inf+1, sup);
                                write(F, inf:3)
                end
            end; {sequencia}
```

```
            begin write(F, ' ': 20 - comp);
                sequencia(1, comp);
                writeln(F)
            end; {linha}
```

```
    begin if i = n
        then linha(i)
        else begin linha(i);
                        losango(i+1, n);
                        linha(i)
        end
    end; {losango}
```

```
begin assign(F, 'nums1.txt'); rewrite(F);
      write('Qual a dimensão do Losango? ');
      readln(dim);
      losango(1, dim);
      close(F)
end.
```