



Análise e Desenvolvimento de Algoritmos

Exame Final - 2ª chamada

Data: 18 de Janeiro de 2007

Duração: 2h 30m

Em cada grupo, leia cuidadosamente o enunciado de todas as alíneas, antes de começar a responder.

1. (a) Com base na Axiomática de Hoare, verifique formalmente a correcção parcial do seguinte algoritmo:

```
{ n ∈ ℕ₀ ∧ x ∈ ℝ⁺ }  
k := 0; y := 1;  
while k < n do  
  begin k := k + 1;  
        y := y * x  
  end;  
{ y = xⁿ }
```

- (b) Construa um algoritmo equivalente ao anterior, mas que não utilize o contador k. Prove também a sua correcção parcial.

2. Considere um polinómio real de uma variável real, de forma geral,

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_{n-1}x + a_n$$

Os coeficientes estão registados num vector $a[0..n]$ de elementos reais.

- (a) Verifique formalmente que o algoritmo seguinte calcula o valor de um polinómio num ponto :

```
{ x ∈ ℝ }  
k := 0; p := a[0];  
while k < n do  
  begin k := k + 1;  
        p := p * x + a[k]  
  end;  
{ p = ∑_{k=0}^n a_k x^{n-k} }
```

- (b) Determine o número de somas e de multiplicações realizadas por este algoritmo.

- (c) Construa uma função para calcular o valor de um polinómio num ponto, utilizando uma versão recorrente do algoritmo anterior.
- (d) Mostre que a versão recorrente que construiu efectua o mesmo número de operações que o algoritmo iterativo inicial.

3. Pretendemos agora construir o Tipo Abstracto de Dados *Polinomio*, destinado a manipular polinómios reais de uma variável real.

- (a) Proponha uma representação para o TAD *Polinomio*, na forma de uma lista ligada, indicando as necessárias definições de tipos. Dê um exemplo.
- (b) Elabore uma função para construir a representação de um dado polinómio, cujos coeficientes estão registados num vector $a[0..n]$ de elementos reais:

```
function representacao ( a:vector ) : polinomio;
```

- (c) Elabore uma função para calcular a derivada de um *Polinomio*:

```
function derivada ( p:polinomio ) : polinomio;
```

- (d) Construa um procedimento para somar um termo a um *Polinomio*:

```
procedure somartermo ( coeficiente:real ;  
                    expoente:integer ; var p:polinomio );
```

- (e) Construa uma função iterativa para calcular o valor de um *Polinomio* num ponto, utilizando o algoritmo da alínea 2.(a):

```
function valor ( p:polinomio , x:real ) : real;
```

- (f) Construa uma versão recorrente da função anterior.