Uma Contribuição para o Problema da Coloração de Pombinhas

Coriolano Columbofilus

1 O Problema

O Problema da Coloração de Pombinhas, habitualmente designado por DCP (do inglês *Dove Coloring Problem*) tem vindo a ser abordado por um número indeterminado de matemáticos e não só. Não existindo, ainda, uma recolha bibliográfica sistemática sobre o tema, torna-se difícil estabelecer com exactidão a data da sua origem e até o nome do autor pioneiro a quem tão justamente são devidos os créditos. A própria definição do Problema não é, ainda, consensual e muito menos a sua correcta formulação.

Neste trabalho é apresentado um resultado original que vem lançar uma nova perspectiva para a resolução do Problema.

2 A Unicidade da Côr

Teorema 2.1 *(ou da Unicidade)*
Para qualquer n finito, ou infinito numerável, seja $C(n)$ a seguinte proposição:
$C(n) = \{$Em qualquer conjunto de n pombinhas, todas têm a mesma côr$\}$

Demonstração por Indução:

- A proposição $C(1)$ é evidente.
- Assumindo a proposição $C(n)$ verdadeira, tomemos um conjunto de $n+1$ pombinhas que colocamos em fila:

$$\underbrace{PPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPP}_{n+1}$$

Destas, por hipótese de indução, as n primeiras possuem a mesma côr,

$$\underbrace{PPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPP}_{n}P$$

bem como as n últimas.

$$P\underbrace{PPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPPP}_{n}$$

O conjunto das $n+1$ pombinhas possui manifestamente a mesma côr, assim se garantindo a veracidade de $C(n+1)$ e, consequentemente, fica demonstrado o Teorema.

q.e.d.

3 Conclusões

Ficando portanto assim estabelecida a Unicidade da Côr das Pombinhas, permanece em aberto a questão fulcral da **identificação** dessa mesma Côr. Este não é, todavia, um problema de fácil abordagem, nem estando mesmo garantida a sua Decidibilidade. Recorde-se que nem sequer está resolvido o importante problema da determinação da Cardinalidade do conjunto de todas as cores possíveis.

Parece lícito assumir que, após esta modesta Contribuição, o interesse da comunidade científica associado ao Problema da Coloração de Pombinhas (DCP) não venha a diminuir.