Aula 10. ANOVA
Análise de Variância em SPSS

Análise de Variância

Objectivo: comparar medidas de localização para **mais do que dois grupos** de observações

Para analisar as diferenças na localização, recorre-se a uma análise das variâncias dos vários grupos, daí o nome ANOVA.

ANOVA Paramétrica vs. Não Paramétrica:

- One-Way ANOVA: (Análise de Variância com um factor)
  se os grupos são bem modelados por distribuições Normais de igual variância, comparamos as médias entre os grupos
- Teste de Kruskal-Wallis:
  usar quando os pressupostos do teste paramétrico não se verificarem, neste caso comparamos as medianas entre os grupos

Análise de Variância com um Factor

Exemplo

Uma experiência foi realizada para investigar a diabetes gestacional. Interessa avaliar se existem diferenças significativas no comportamento da hemoglobina (HbA) em gestantes normais (N), com tolerância diminuída (TD) e diabéticas (D). Foram escolhidas 10 gestantes de cada tipo e mediu-se suas HbA.

Tipo de gestante		
N	TD	D
7,86	6,20	9,67
6,38	7,82	8,08
6,90	8,50	9,25
7,78	6,50	8,20
8,17	8,09	8,64
6,26	6,90	9,67
6,30	7,82	9,23
7,86	7,45	10,43
7,42	7,75	9,97
8,63	7,43	9,59

- Um Factor: Tipo de gestantes
  $\Rightarrow$ 3 grupos = 3 níveis: N, TD e D
- Variável resposta (variável dependente) $\Rightarrow$
  Y- Hemoglobina glicosilada (HbA)

  Para cada grupo temos:
  - Uma amostra aleatória com n=10 observações

  $\Rightarrow$ três amostras independentes
- Suponha:
  - G_1: gestantes N, média de Y $\Rightarrow \mu_1$
  - G_2: gestantes TD, média de Y $\Rightarrow \mu_2$
  - G_3: gestantes D, média de Y $\Rightarrow \mu_3$
- Queremos testar:

  H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ vs.
  H_1: pelo menos uma das médias é diferente das demais

Análise de Variância

1 Factor

As observações se dividem em vários grupos classificados através de um só factor.

Para cada grupo obtemos uma amostra aleatória de observações de uma variável Y

A experiência tem tantos níveis ou efeitos quantos grupos ou tratamentos distintos

k amostras independentes

	Nível 1	Nível 2	. . .	Nível k
	y_{11}	y_{21}		y_{k1}
	y_{12}	y_{22}	. . .	y_{k2}
	$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$
	y_{1n1}	y_{2n2}		y_{knk}
médias:	$\bar{y}_{1.}$	$\bar{y}_{2.}$		$\bar{y}_{k.}$

$n=n_1+n_2+\ldots+n_k$

1ª Fase = Planeamento:
seleccionar os indivíduos (ou unidades que se vão dividir pelos grupos)

- efeitos fixos: os grupos são pré-determinados à partida
- efeitos aleatórios: os grupos são escolhidos aleatoriamente
- planeamento equilibrado: quando o número de observações de cada grupo é igual

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Planeamento equilibrado

Objectivo: Comparar a média de *g* grupos representados por *n* indivíduos (observações) de cada um

Testar: $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = . . . = \mu_g = \mu$ vs. $H_1 : \mu_i \neq \mu$ pelo menos para um i

μ_i - média de cada grupo; μ - média de todos os grupos

Modelo: $Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ $\quad \varepsilon_{ij} \sim N(0,\sigma^2)$

i =1...g, j=1…n *erro aleatório de cada observação*

Pressupostos Exigidos:

1. Temos ***g* grupos** de observações independentes (*g* amostras aleatórias) sendo os grupos independentes entre si
2. Cada grupo de observações deve provir de uma **distribuição Normal**
3. Existe homogeneidade de variâncias
   $\Rightarrow$ a variância das *g* populações deve ser a mesma

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Cada observação Y_{ij} pode ser representada por 2 modelos estatísticos

Modelo Estatístico 1: $Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$

Modelo Estatístico 0: (sob H_0 - médias iguais) $Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$ *i =1...g, j=1…n*

onde:

- ✓ μ - média de todos os grupos
- ✓ μ_i - média de cada grupo
- ✓ τ_i - diferença entre a média total e a média de cada grupo,
- ✓ ε_{ij} - erro aleatório de cada observação, sendo estes erros independentes entre si
- ✓ assumindo que o erro tem distribuição Normal com média zero $\Rightarrow$ obtém-se distribuição Normal para as variáveis Y_{ij}

$$\varepsilon_{ij} \sim N(0,\sigma^2) \Rightarrow Y_{ij} \sim N(\mu_i,\sigma^2)$$

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Ideia básica:

1. Estimar a variância para dois modelos diferentes:
   - Modelo 1 - não depende da veracidade de H_0

     $$Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}$$ *modela variabilidade* ***dentro dos grupos***

   - Modelo 0 - depende da veracidade de H_0

     $\Rightarrow$ considera que todos os grupos têm a mesma média

     $$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}$$ *modela variabilidade* ***entre os grupos***

2. Comparar as duas estimativas da variância:

   se os grupos tiverem todos a mesma média (H_0 verdadeiro)

   as duas estimativas deverão próximas,

   senão

   deverão diferir significativamente.

ANOVA Paramétrica Simples
2º. Partição da Soma dos Quadrados

Se temos g grupos cada um com n observações, então:

$$\bar{Y}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{n}$$ **média amostral do grupo i**

$$\bar{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{g \times n}$$ **média total das observações**

A variabilidade total das observações é dada pela soma dos quadrados total

$$SS_T = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n}(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2$$

soma dos quadrados total
soma das distâncias de cada observação à media total

$$SS_T = \underbrace{n\sum_{i=1}^{g}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2}_{SS_G} + \underbrace{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n}(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2}_{SS_E}$$

SS_G: **soma dos quadrados entre grupos**
soma dos quadrados das distâncias das médias de cada grupo à media total

SS_E: **soma dos quadrados dentro de cada grupo**
soma dos quadrados das distâncias de cada observação à média do seu grupo

ANOVA Paramétrica Simples
Partição da Soma dos Quadrados

g grupos cada um com n observações

A variabilidade total das observações é decomposta em dois termos:
o primeiro termo reflecte a variabilidade devida às diferenças entre grupos
e o segundo reflecte a variabilidade dos erros dentro de cada grupo

	Variabilidade Total	=	Variabilidade entre grupos	+	Variabilidade dentro dos grupos
	SS_T		SS_G		SS_E
graus de liberdade	gn-1		g -1		g (n-1)
médias dos quadrados			$MS_G = \dfrac{SS_G}{g-1}$		$MS_E = \dfrac{SS_E}{g(n-1)}$

ANOVA Paramétrica Simples
Estimadores da Variância

médias dos quadrados

Entre grupos

$$MS_G = \frac{SS_G}{g-1}$$

Dentro dos grupos

$$MS_E = \frac{SS_E}{g(n-1)}$$

esperança

$$E[MS_G] = \begin{cases} \sigma^2, & \text{sob } H_0 \\ \sigma^2 + \dfrac{n\sum_{i=1}^{g}\tau_i^2}{g-1}, & \text{sob } H_1 \end{cases}$$

$$E[MS_E] = \sigma^2$$
sob H_0 e H_1

g grupos, cada um com n observações

- ✓ sob H_0 $\Rightarrow$ quer MS_G quer MS_E são estimadores centrados da variância σ^2
- ✓ se H_0 **for verdadeira**
  - $\Rightarrow$ MS_G e MS_E devem ser próximos (estimam a mesma quantidade)
  - $\Rightarrow$ a sua razão MS_G / MS_E deve ser próxima da unidade
- ✓ caso contrário (H_1 verdadeira)
  - $\Rightarrow$ MS_G será inflacionado pelo valor adicionado à variância
  - $\Rightarrow$ a sua razão será um valor significativamente superior à unidade

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Sob H_0 a **razão F** tem **distribuição de Fisher** com g-1 e g(n-1) graus de liberdade:

$$F = \frac{MS_G}{MS_E} \sim F_{g-1, g(n-1)}$$

Podemos efectuar um teste com base nesta estatística baseado no p-value: **Rejeitar H_0** se **p-value $\leq \alpha$**

- A hipótese nula de igualdade de médias será rejeitada apenas para valores elevados da estatística do teste F
  $\Rightarrow$ p-value = $P(F > F_{obs} \mid H_0) = 1 - P(F < F_{obs}) = 1 - F_{g-1,\, g(n-1)}(F_{obs})$
- Para determinar $F_{g-1,\, g(n-1)}(F_{obs})$ recorrer ao menu do SPSS: **Transform / Compute** e escolher a função de distribuição de Fisher:
  CDF.F(F_{obs} , g-1, g(n-1))

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exemplo 2

Para averiguar o tempo de aprendizagem de 3 listas de palavras: **lista A** com palavras curtas; **lista B** com palavras de tamanho médio; **lista C** com palavras compridas, foi realizada uma experiência com alunos de uma dada escola. A tabela mostra, os tempos observados, em segundos, que demoraram cada grupo **de 8 alunos** (escolhidos aleatoriamente entre os alunos da escola) a aprender a sua lista de palavras dada. Com base nos resultados da experiência, poderá afirmar que existem diferenças significativas no desempenho?

Lista A	Lista B	Lista C
30	54	68
40	58	75
35	45	80
45	60	75
38	52	85
42	56	90
36	65	75
25	52	88

Teste ANOVA

H_0: $\mu_A = \mu_B = \mu_C$ vs.

H_1: pelo menos uma das médias é diferente das demais

- Factor: Lista de Palavra
  $\Rightarrow$ temos 3 grupos = 3 níveis: ListaA, ListaB e ListaC
- Variável resposta (variável dependente) $\Rightarrow$
  Y- tempo (seg) que um aluno aprende a lista de palavras dada
- **Para cada grupo temos**: Uma amostra aleatória com **n=8** observações
  (os tempos observados que demoraram os 8 alunos seleccionados aletoriamente a aprender a sua lista de palavras)

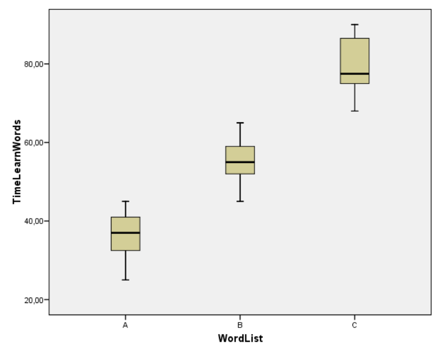
ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exemplo 2

Antes de conduzir a ANOVA paramétrica convém comparar graficamente a distribuição dos dados, através da construção de caixas de bigodes)

Aqui observamos que a mediana do tempo de aprendizagem aumenta com o aumento do tamanho das palavras e a variabilidade dos dados também aumenta.

Analyze → Descriptive Statistics → Explore



ATENÇÃO: *quando temos poucos dados, como neste caso é conveniente usar um teste não paramétrico. Vamos a usar uma* ANOVA *paramétrica apenas para poder exemplificar como são feitos todos os cálculos da estatística do teste*

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exemplo 2

1°. Calcular media amostral e total:

✓ média amostral do grupo i

$$\bar{Y}_{i.} = \frac{\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{n}$$

✓ média total das observações

$$\bar{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{g \times n}$$

média total:

$$\bar{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{g \times n} = \frac{\sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n} Y_{ij}}{3 \times 8} = 57.04$$

3 grupos cada um com 8 observações

g = 3, n = 8

Lista A	Lista B	Lista C
30	54	68
40	58	75
35	45	80
45	60	75
38	52	85
42	56	90
36	65	75
25	52	88
36.375	**55.25**	**79.50**
$\bar{Y}_{1.}$	$\bar{Y}_{2.}$	$\bar{Y}_{3.}$

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exemplo 2

3 grupos cada um com 8 observações
g = 3, n = 8

1°. Soma dos quadrados entre grupos

$$SS_G = n\sum_{i=1}^{g}(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 = 7477.583$$

2°. Soma dos quadrados dentro dos grupos

$$SS_E = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n}(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2 = 953.375$$

3°. Média dos quadrados entre grupos

$$MS_G = \frac{SS_G}{g-1} = \frac{7477.583}{2} = 3738.792$$

4°. Média dos quadrados dentro dos grupos

$$MS_E = \frac{SS_E}{g(n-1)} = \frac{953.375}{3\times 7} = 45.399$$

5°. Razão F

$$F = \frac{MS_G}{MS_E} = \frac{3736.792}{45.339} = 82.354$$

*a variabilidade entre os grupos é **82,354 vezes maior** que a variabilidade dentro dos grupos.*

Lista A	Lista B	Lista C
30	54	68
40	58	75
35	45	80
45	60	75
38	52	85
42	56	90
36	65	75
25	52	88
36.375	**55.25**	**79.50**
$\bar{Y}_{1.}$	$\bar{Y}_{2.}$	$\bar{Y}_{3.}$

média total: $\bar{Y}_{..} = 57.04$

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exemplo 2

3 grupos cada um com 8 observações
g = 3, n = 8

5°. Razão F

$$F = \frac{MS_G}{MS_E} = \frac{3736.792}{45.339} = 82.354$$

6°. Calcular o p-value

p-value = P(F > Fobs | H_0)
= 1 - P(F < Fobs | H_0)
= 1 - $F_{g-1,\ g(n-1)}$(82.354)
= 1 - $F_{2,\ 21}$ (82.354)
= 1 - CDF.F(82.354, 2, 21)

$\Rightarrow$ p-value $\approx$ 0
$\Rightarrow$ rejeitar H_0 para q.q. nível de significância

Equipa A	Equipa B	Equipa C
30	54	68
40	58	75
35	45	80
45	60	75
38	52	85
42	56	90
36	65	75
25	52	88
36.375	**55.25**	**79.50**
$\bar{Y}_{1.}$	$\bar{Y}_{2.}$	$\bar{Y}_{3.}$

média total: $\bar{Y}_{..} = 57.04$

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Tipicamente uma ANOVA de efeitos fixos é resumida nesta tabela

Para g grupos, cada um com n observações

Fonte de Variação	Soma de quadrados	g.l.	Média de quadrados	F_{obs}	p
Entre Grupos	SS_G	$g-1$	MS_G	$\frac{MS_G}{MS_E}$	$(\cdot)$
Dentro dos grupos	SS_E	$g(n-1)$	MS_E		
Total	SS_T	$gn-1$			

$$SS_G = n\sum_{i=1}^{g}(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2$$

$$MS_G = \frac{SS_G}{g-1}$$

$$SS_E = \sum_{i=1}^{g}\sum_{j=1}^{n}(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2$$

$$MS_E = \frac{SS_E}{g(n-1)}$$

17

Resultados usando o SPSS
Analyze → Compare Means → One-Way Anova

Exemplo 2

Teste: H_0: $\mu_A = \mu_B = \mu_C$ vs.

H_1: pelo menos uma das médias é diferente das demais

ANOVA

TimeLearnWords

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	7477,583	2	3738,792	82,354	,000
Within Groups	953,375	21	45,399		
Total	8430,958	23			

Uma vez que o p-value é aproximadamente zero
⇒ rejeitamos a hipótese nula de igualdade de médias para qualquer nível de significância.
Assim, a ANOVA permite concluir: para q.q. nível de significância, as médias dos vários grupos não são todas iguais, o que quer dizer que existem diferenças significativas no desempenho da aprendizagem das três listas de palavras.

18

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

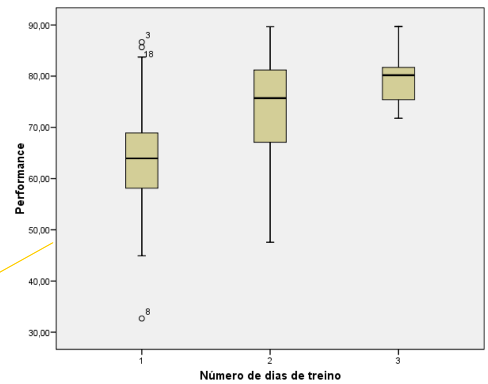
Um treinador pretende saber qual o número óptimo de dias semanais de treino para os seus atletas. Para tal mediu a performance de três grupos de atletas separados consoante o número de dias de treino: um, dois e três dias. Teste através de uma ANOVA paramétrica e aos níveis de significância usuais, se existem diferenças entre as performances dos 3 grupos.

(Os dados encontram-se no ficheiro **Atletas2.sav**)

Antes de conduzir a ANOVA paramétrica convém comparar graficamente a distribuição dos dados, através da construção de caixas de bigodes

Analyze → Descriptive Statistics → Explore

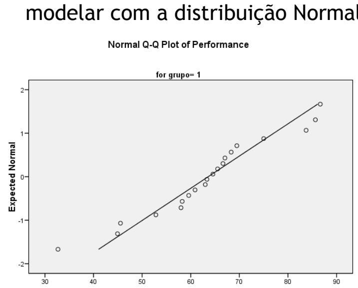
A mediana da performance aumenta com o aumento do nº de dias de treino e a variabilidade dos dados diminui

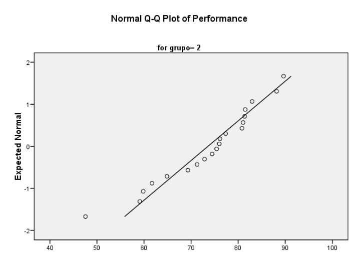


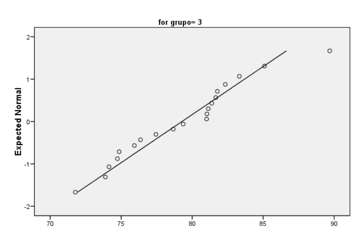
ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Antes de conduzir a ANOVA paramétrica devemos também verificar se as observações de cada grupo se podem modelar com a distribuição Normal







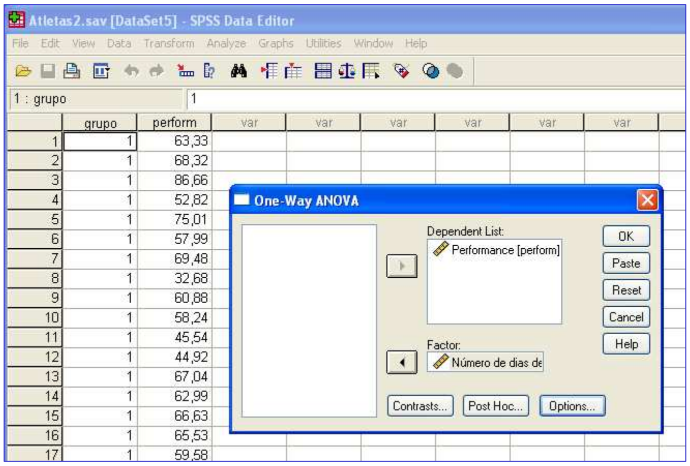
Quando temos um reduzido numero de pontos no gráfico torna-se difícil concluir quanto a normalidade. Não obstante iremos admitir a distribuição Normal como subjacente as populações.

ANOVA Paramétrica Simples

1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Analyze → Compare Means → One-Way Anova

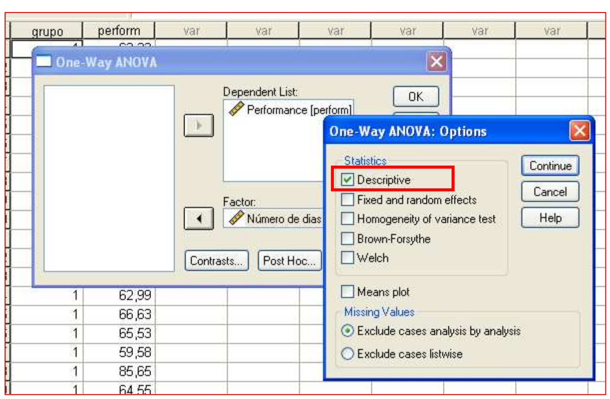


ANOVA Paramétrica Simples

1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Analyze → Compare Means → One-Way Anova



ANOVA Paramétrica Simples

1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Analyze → Compare Means → One-Way Anova
Options: Descriptive

Descriptives

Performance

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean Lower Bound	95% Confidence Interval for Mean Upper Bound	Minimum	Maximum
1	20	63,5798	13,50858	3,02061	57,2576	69,9020	32,68	86,66
2	20	73,5677	10,60901	2,37225	68,6025	78,5328	47,56	89,65
3	20	79,2792	4,40754	,98556	77,2165	81,3420	71,77	89,69
Total	60	72,1422	12,00312	1,54960	69,0415	75,2430	32,68	89,69

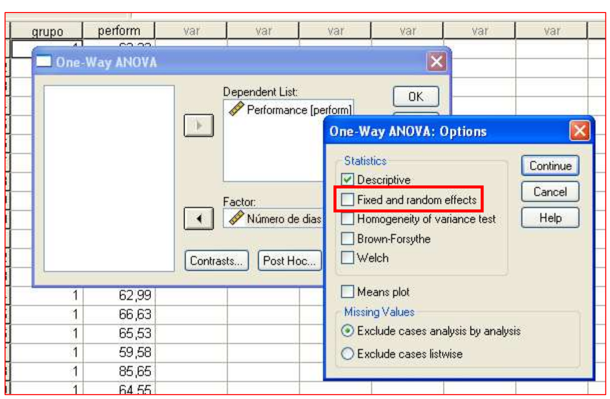
Esta opção permite-nos obter tabelas de médias, desvio padrão, erro padrão, amplitudes e intervalos de confiança para cada uma das médias dos grupos seleccionados. Os intervalos de confiança são calculados separadamente para cada grupo utilizando o procedimento já descrito na aula de IC e testes de hipóteses para uma amostra

ANOVA Paramétrica Simples

1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Analyze → Compare Means → One-Way Anova

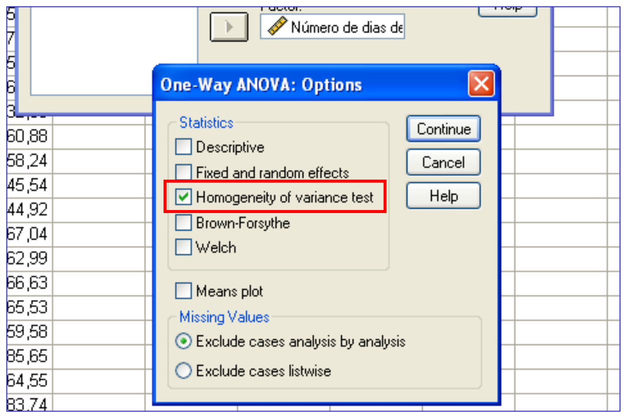


Se os grupos são escolhidos aleatoriamente entre um conjunto vasto de possibilidades, ou seja com efeitos aleatórios, deve seleccionar-se esta opção **"Fixed and random effects"**. No nosso exemplo os grupos são com efeitos fixos

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Um dos pressupostos de ANOVA é que não existem diferenças significativas entre as variâncias dos vários grupos (para verifica-lo o SPSS disponibiliza o **teste de Levene**)
Vamos seleccionar esta opção devido a ter observado uma diminuição da variabilidade com o aumento do nº de dias de treino.



ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Teste:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ vs.

H_1: pelo menos uma das médias é diferente das demais

Test of Homogeneity of Variances

Performance

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
4,637	2	57	,014

Para o teste de Levene: p-value=0.014
⇒ não rejeitar a hipótese nula apenas para valores de $\alpha < 0.014$

analisar dois casos:

1º caso: ($\alpha < 0.014$)(considerar iguais variâncias)
- para ANOVA (igualdade das médias ?)
  - ⇒ p-value = 0 < α, $\forall \alpha$
  - ⇒ rejeitar a hipótese nula
  - ⇒ existem diferenças significativas entre as médias da performance dos 3 grupos de atletas

2º caso: ($\alpha > 0.014$)(considerar variâncias diferentes)
como o número de observações em cada grupo é igual (n=20) ⇒ ANOVA é robusta à violação do pressuposto de igualdade de variâncias
⇒ assumir resultado igual ao 1º caso

ANOVA

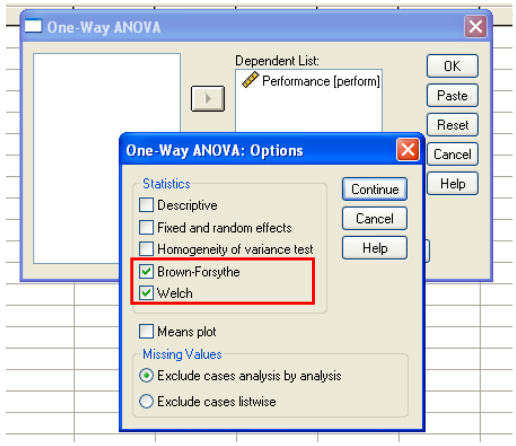
Performance

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2525,691	2	1262,846	12,048	,000
Within Groups	5974,724	57	104,820		
Total	8500,415	59			

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Se é violado o pressuposto da homogeneidade de variâncias e o número de observações em cada grupo não é igual ⇒ optar por um dos testes robustos de Brown-Forsyth ou de Welch que não pressupõe igualdade de variâncias



ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Exercício 4, pag 260

Teste:

H_0: $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ vs.

H_1: pelo menos uma das médias é diferente das demais

Todos os p-value = 0 > α, $\forall\ \alpha$

⇒ rejeitar a hipótese nula

⇒ existem diferenças significativas entre as médias da performance dos 3 grupos de atletas

ANOVA

Performance

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	2525,691	2	1262,846	12,048	,000
Within Groups	5974,724	57	104,820		
Total	8500,415	59			

Robust Tests of Equality of Means

Performance

	Statistic[a]	df1	df2	Sig.
Welch	13,278	2	30,962	,000
Brown-Forsythe	12,048	2	40,540	,000

a. Asymptotically F distributed.

ANOVA Paramétrica Simples
1 Factor, Efeitos Fixos

Quando rejeitamos a hipótese nula podemos optar por:

- Localizar as diferenças através de técnicas de comparações múltiplas: **métodos de Tukey, Scheffé, Bonferroni**
- Comparar os grupos de dois a dois por meio de intervalos de confiança para a diferença. Se o intervalo não contém o zero, podemos obter conclusões sobre a razão da rejeição.

29

ANOVA Não Paramétrica Simples
Teste de Kruskal-Wallis

Temos g grupos, cada grupo i tem n_i **observações**

Objectivo: comparar as medianas dos g grupos

Testar: $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = . . . = \mu_g = \mu$ vs. $H_1 : \mu_i \neq \mu$ pelo menos para um i

μ_i - mediana de cada grupo; μ - mediana de todos os grupos

Modelo: $\boxed{Y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij}}$ $i=1...g,\ j=1...n$

ε_{ij} representam v.a.'s contínuas com a mesma distribuição

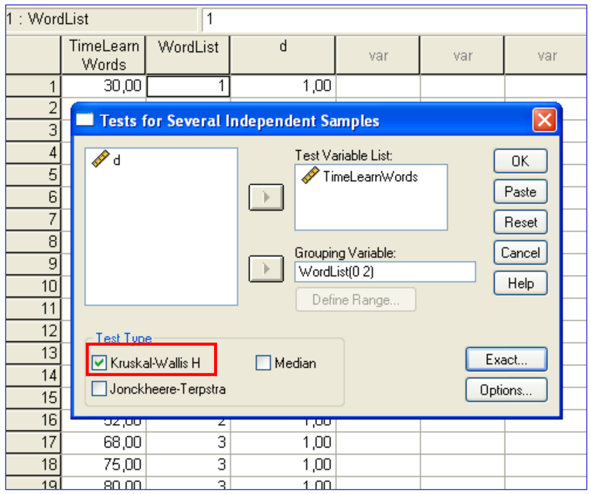
1. Temos g grupos de observações independentes (g amostras aleatórias) sendo os grupos independentes entre si
2. As observações são medidas numa escala pelo menos ordinal
3. Cada grupo de observações deve provir de uma população contínua
4. As populações diferem apenas na localização (portanto têm a mesma forma)

30

ANOVA Não Paramétrica Simples
Teste de Kruskal-Wallis

Exemplo 2

Em SPSS: Analyze / NonParametric Test / k Independent Test



ANOVA Não Paramétrica Simples
Teste de Kruskal-Wallis

Exemplo 2 (teste não paramétrico)

Kruskal-Wallis Test

Ranks

	WordList	N	Mean Rank
TimeLearnWords	1	8	4,56
	2	8	12,44
	3	8	20,50
	Total	24	

Teste: H_0: $\mu_A = \mu_B = \mu_C$ vs.

H_1: pelo menos uma das medianas é diferente das demais

Test Statistics[a,b,c]

	TimeLearn Words
Chi-Square	20,374
df	2
Asymp. Sig.	,000

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: WordList

c. Some or all exact significances cannot be computed because the time limit has been exceeded.

Na tabela de Ranks é dada a dimensão de cada grupo e o respectivo rank médio.
Na tabela dos resultados dos teste é dado o valor da estatística do teste T, os graus de liberdade associados e o p-value
Como p-value = 0 < α, $\forall\ \alpha$

$\Rightarrow$ rejeitar a hipótese nula para q.q. nível de significância

$\Rightarrow$ existem diferenças significativas entre o desempenho da aprendizagem das 3 listas

Referências

Livro: Grande Maratona de Estatística no SPSS
Andreia Hall, Cláudia Neves e António Pereira
Capítulo 6. Análise de Variância

Acetatos:

- ANOVA, Andreia Hall
  URL: http://www2.mat.ua.pt/pessoais/AHall/me/files/ANOVA.pdf