

Sistemas de Computação Algébrica (SCA)

**Ferramentas Informáticas para a Matemática
ou
Ferramentas Matemáticas para a Informática?**

Delfim F. Marado Torres
Departamento de Matemática
Universidade de Aveiro
Email: `delfim@mat.ua.pt`
URL: `http://www.mat.ua.pt/delfim`

7/Abril/2000

CeNPL'2000

Dep. Informática, Univ. Minho

Filosofia dos SCA

“The empires of the future will be empires of the mind”.

— Algueres nos confins do ciberespaço :-)

Sistema de “papel e caneta” (ambiente científico completo):

- Não se assume que o utilizador deseja fazer cálculos
- Assume-se o desejo de *raciocinar sobre determinado problema* (depois, possivelmente mais tarde, realizar cálculos numéricos e/ou simbólicos)

Gênese dos SCA

Os SCA têm como raiz a Inteligência Artificial (IA):

- Demonstração Automática de Teoremas (“Teoremas” podem ser formulados e demonstrados por máquinas)
- A ideia inicial era construir um assistente genérico, um robot matemático dotado de IA

Alguns exemplos de “sucesso”:

- Problema das 4 cores
- Não existência de planos projectivos de ordem 10
- Negação da conjectura de Mertens

Concepção de Ciência e as Linguagens Formais

- Ciência não é masturbação intelectual:
 - O problema não é o computador ser ou não capaz de formular e demonstrar “Teoremas”
 - O problema está na VERIFICAÇÃO, VALIDAÇÃO e ACEITAÇÃO dos “Teoremas”!
- O instrumento crucial da Ciência é a LINGUAGEM
- A MATEMÁTICA é a linguagem da Ciência

Solução: uso de Linguagens Formais (LF)

Dos Sistemas Simbólicos aos Algébricos

- O primeiro Sistema de Computação Simbólica (SCS) nasceu na comunidade IA: LISP (ainda hoje é a língua franca de muitos SCA)
- Os SCA resultam da evolução dos SCS: estender o uso das LF a todos as fases do processo criativo
 - Criação/Descrição de problemas
 - Modelação
 - Implementação/Teste/Desenvolvimento de abordagens
 - Visualização
 - Comunicação

SCA: afinal o que são?

Resposta difícil... Possíveis respostas:

- Interpretador (Programação interactiva)
- Compilador
- Ferramenta de Computação Simbólica
- Ferramenta de Computação Numérica (performances elevadas e “precisão infinita”)
- Programa de Visualização Gráfica
- Processador de Texto
- Ferramenta para a Internet
- Ferramenta Didáctica

Características dos SCA

- Arquitectura Modular e Aberta (MathML/XML, $\text{\LaTeX}$, Lisp, etc.)
- Expansão ilimitada (packages)
- Linguagem, Notações e Convenções standard da Matemática
- Literate Programming
- Soluções para tarefas típicas da Ciência e Engenharia
- Interligação com outros programas e sistemas (C, Excel, etc.)
- Permitem criar modelos adaptativos e algoritmos polimórficos
- Interface Moderno

Domínios de aplicação

Os SCA permitem trabalhar em *qualquer domínio*, sob princípios sólidos da Matemática Moderna:

- Matemática Motivada e Matemática Pura (Cálculo, Análise, Álgebra, Equações Diferenciais, Geometria, Estatística, Análise de Dados, Optimização, Teoria de Números, etc.)
- Informática (Programação Recursiva, Imperativa, Funcional, orientada a Objectos)
- Processamento Paralelo e Distribuído
- Processamento de Imagem (Digital de Sinal)
- Biologia, Química, Física, Criptografia, etc.

Resultados obtidos com a ajuda de SCA^a

Os SCA permitem atacar problemas à priori intratáveis (extremamente complexos):

- Novos resultados de equações diofantinas
- Confirmação da conjectura de Grothendieck para certas classes de eq. diferenciais lineares
- Propriedades aritméticas para curvas hiperelípticas e outras
- Novos algoritmos de factorização baseados na Teoria de Grupos

^aVer livro “AXIOM – the Scientific Computation System”, de Richard D. Jenks e Robert S. Sutor, para mais exemplos.

SCA: Opções disponíveis

- Reduce
- Macsyma
- Scratchpad
- Axiom
- Mathematica
- Maple
- Derive
- MuPad
- Theorist
- S-Plus
- MathCad

Os SCA Hoje

- Comuns na Investigação e Ensino (student versions)
- Centenas de livros publicados
- Dezenas de revistas e boletins periódicos
- Conferências Internacionais anuais
- RoadShows
- Livros Electrónicos (Internet: Programação; Cálculo I, II e III; Métodos Numéricos)
- Disponíveis dentro de outros produtos (Hardware, Software Educacional)
- Servidores de CA (Integrator; Objectos 3D interactivos)
- Convergência com os processadores de texto científico (SWP)

Exemplos: Computação Simbólica

> $x^2 - 3x + 2 = \text{factor}(x^2 - 3x + 2);$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

> $f := (x+1)/(x^3 + x^2 - 6x);$

$$f := \frac{x + 1}{x^3 + x^2 - 6x}$$

> $\text{convert}(f, \text{parfrac}, x);$

$$-\frac{1}{6} \frac{1}{x} - \frac{2}{15} \frac{1}{x+3} + \frac{3}{10} \frac{1}{x-2}$$

> $\text{solve}(\{a*x+5*y=1, 2*x-3*y=3\}, \{x,y\});$

$$\left\{ y = -\frac{3a - 2}{3a + 10}, x = \frac{18}{3a + 10} \right\}$$

Exemplos: Computação Numérica

```
> S := Sum((-1)^n/n!, n = 1..40);
```

$$S := \sum_{n=1}^{40} \frac{(-1)^n}{n!}$$

```
> value(S);
```

$$-\frac{4408177989772837957470874729699138276625893427}{6973634899554681490133429654667657216000000000}$$

```
> evalf(S,3); # podemos usar ‘‘precis\~{a}o infinita’’
```

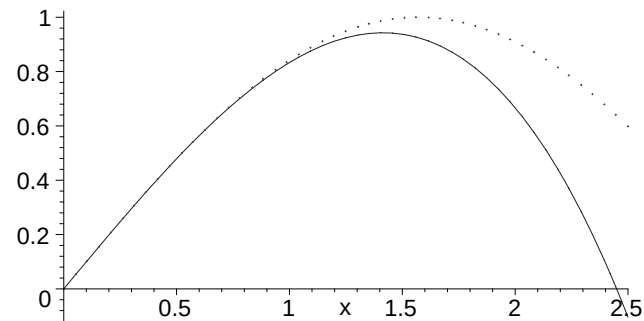
$$-0.632$$

```
> evalf(Pi,10000);
```

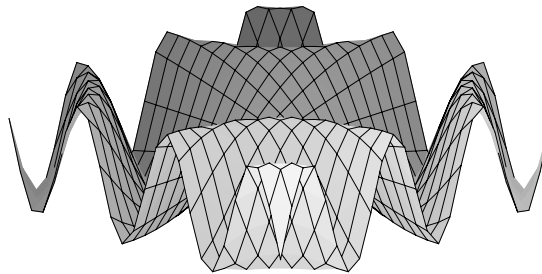
```
3.141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944592307816406286208998628034
82534211706798214808651328230664709384460955058223172535940812848111745028410270193852110
55596446229489549303819644288109756659334461284756482337867831652712019091456485669234603
48610454326648213393607260249141273724587006606315588174881520920962829254091715364367892
```

Exemplos: Visualização Gráfica

```
> plot([sin(x), x-x^3/6], x=0..2.5, style=[point, line]);
```



```
> plot3d(sin(x*y), x=-Pi..Pi, y=-Pi..Pi);
```



Exemplos: Programação

- Programação Recursiva:

```
fact := n -> if n=0 then 1 else n*fact(n-1) fi;
```

- Programação Imperativa:

```
fact := proc(n::nonnegint)
  f := 1;
  for i from 1 by 1 while i <= n do
    f := f * i
  od;
  RETURN(f)
end;
```

- Programação Funcional:

```
fact := n -> mul(i, i=1..n);
```

À guisa de Conclusão

A unidade da Ciência é assegurada pela *Informática* (o computador é a ferramenta da Ciência) e pela *Matemática* (a linguagem da Ciência)

- Os SCA fornecem um Ambiente: (com realização automática de procedimentos standard)
 - de Computação Científica (ACC)
 - para a Resolução de Problemas (ARP)
- Permitem: (em qualquer ramo da Ciência)
 - Criar e manipular conceitos
 - Expressar e comunicar ideias

Os SCA estão a mudar (mudaram) a maneira

como trabalhamos e ensinamos