

Universidade de Aveiro
Departamento de Matemática
Análise Matemática IV - 2002/03

FOLHA PRÁTICA N.º 1 - EQUAÇÕES COM DERIVADAS PARCIAIS DE
PRIMEIRA ORDEM

1. Calcule a solução $z = z(x, y)$ dos seguintes problemas de Cauchy

(a) $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z(x, 0) = x^2,$

(b) $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 0, \quad z(x, 1) = |x|.$

2. Dado a equação

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - x^2 - y^2$$

(a) Determine a solução geral $z = z(x, y)$ da equação.

(b) Determine a superfície integral que passa pela curva $x = 1, z = -y^2 + 2y - 1$.

3. Encontre a equação da superfície que satisfaz a equação com derivadas parciais da primeira ordem

$$4yz \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} + 2y = 0$$

e passa pela elipse

$$y^2 + z^2 = 1, x + z = 2.$$

4. Determine a solução da equação

$$4x^3y \frac{\partial z}{\partial x} + (y^4 + 4x^2y^2 - x^4) \frac{\partial z}{\partial y} = 4yz(x^2 + y^2)$$

que passa pela parábola $y = 0, x^2 = z/2$.

5. Determine a solução do problema de Cauchy

$$x(y^2 + z) \frac{\partial z}{\partial x} - y(x^2 + z) \frac{\partial z}{\partial y} = z(x^2 - y^2), x + y = 0, z = 1.$$

6. Determine as superfícies cujos planos de tangente passam pelo ponto $(0, 0, 1)$

7. Encontre a solução $u = u(x_1, \dots, x_n)$ da equação

$$\sum_{i=1}^n x_i \frac{\partial u}{\partial x_i} = x_1 x_2 \cdots x_n.$$

8. Determine a superfície integral da equação

$$xz \frac{\partial z}{\partial x} + yz \frac{\partial z}{\partial y} = -xy$$

que passa pela curva

$$x = t, y = t^2, z = t^3 (t \in \mathbb{R})$$

9. Mostre que o problema de Cauchy

$$2 \cos x \frac{\partial z}{\partial x} + 2y \sin x \frac{\partial z}{\partial y} = z \sin x, \quad z = 0, y = \alpha \cos x$$

não têm uma solução única.