



Exame de Recurso de Métodos Estatísticos  
Departamento de Matemática - Universidade de Aveiro

1 de Setembro de 2003

Duração: 2h 30 min

NOME: \_\_\_\_\_

N<sup>o</sup> mecan.: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Turma: \_\_\_\_\_

[ ] Declaro que desisto: \_\_\_\_\_ Classificação: \_\_\_\_\_

Esta prova consiste em 6 questões de resposta aberta. As cotações são as seguintes:

Questão	1a)	1b)	1c)	2a)	2b)i	2b)ii	2b)iii	3a)	3b)	3c)	3d)	4	5a)	5b)	5c)	6a)	6b)	6c)
Cotação	1	1.5	1	1.5	2	1	0.5	0.5	0.5	1	1	1	2	1	1	1	1.5	1
Classif.																		

Algumas questões da prova têm espaços para preencher com a forma de . Nestas questões não devem ser apresentados os cálculos efectuados.

Resolva as seguintes questões justificando convenientemente os passos fundamentais.

Entre 12 de Junho e 4 de Julho de 2004, Portugal será o centro do futebol europeu com a realização da fase final do UEFA EURO 2004.

1. Como é de conhecimento público, os formulários de candidatura aos bilhetes do torneio já estão disponíveis. Existem duas modalidades na aquisição de bilhetes. A primeira modalidade contempla a compra de bilhetes para jogos individuais; a segunda modalidade, denominada *Follow My Team*, permite seguir uma selecção durante o torneio. Suponha que se espera vender, por mês, 700 bilhetes para jogos individuais e 300 bilhetes *Follow My Team*.

Complete os espaços em branco:

- (a) A variável aleatória  $X$  que representa o número de bilhetes *Follow My Team* vendidos mensalmente tem distribuição  de parâmetro(s) .
- (b) A variável aleatória que representa o número total de bilhetes vendidos mensalmente tem valor médio  e segue uma distribuição  de parâmetro(s) .

- (c) Utilizando o Teorema do Limite Central, calcule a probabilidade aproximada do número de bilhetes *Follow My Team* vendidos por mês exceder os 300.

2. O Programa de Parceiros é de extrema importância para a validade do UEFA EURO 2004. Numa fase inicial deste programa, a organização previa celebrar contratos publicitários com grandes multinacionais. Os 101 contratos já assegurados permitem contabilizar, em média, 0.9 milhões de euros, e o respectivo desvio padrão corrigido é 0.05. Admita que a amostra composta pelos 101 montantes já conseguidos é proveniente de uma população Normal.

- (a) Baseado na amostra da alínea anterior, obteve-se o seguinte intervalo de confiança para o montante médio dos contratos  $]0.886915; 0.913085[$ . Determine o grau de confiança deste intervalo.

NOME: \_\_\_\_\_ N<sup>o</sup>.: \_\_\_\_\_

(b) Considere agora que a população tem variância conhecida  $\sigma^2 = 0.24$ .

i. Teste, através do cálculo da região crítica e ao nível de significância de 5%, a hipótese de o montante médio ficar aquém de 1 milhão de euros.

ii. Calcule o  $p$ -value do teste.

iii. O  $p$ -value do teste bilateral correspondente é .

3. A 24 de Julho de 1999, 34310 pessoas juntaram-se no relvado do Estádio Nacional unidos por uma única causa: a realização do Euro 2004 em Portugal. Formaram então um logotipo humano que passou a figurar do *Guinness Book of Records*. Mediram-se os tempos, em minutos, entre chegadas consecutivas ao estádio dos primeiros 50 participantes, tendo-se posteriormente construído o seguinte diagrama de caule-e-folhas:

Tempos entre Chegadas dos Participantes

```

Frequency      Stem & Leaf
 15,00         0 . 000001111111111
 10,00         0 . 2222333333
   8,00         0 . 44444455
   5,00         0 . 66777
   4,00         0 . 8899
   3,00         1 . 111
   3,00         1 . 333
   2,00         1 . 45

Stem width:    1,00
Each leaf:     1 case(s)
    
```

(a) Com base no diagrama de caule-e-folhas, o que pode afirmar acerca da simetria da amostra?

(b) A proporção de observações superiores a 1 minuto” é .

(c) Efectuou-se um teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov para averiguar se o tempo que decorre entre duas chegadas consecutivas é bem modelado por uma distribuição exponencial, e obtiveram-se os seguintes resultados:

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test 2

		tempos entre chegadas dos participantes
N		50
Exponential parameter <sup>a</sup>	Mean	,5215
Most Extreme Differences	Absolute	,097
	Positive	,056
	Negative	-,097
Kolmogorov-Smirnov Z		,683
Asymp. Sig. (2-tailed)		,740

a. Test Distribution is Exponential.

b. Calculated from data.

O que pode concluir aos níveis usuais de significância (1, 5 e 10%)?

- (d) Sabendo que a média da amostra considerada é  $\bar{x} = 0.52$  obtenha, a partir do método dos momentos, uma estimativa para o parâmetro  $\lambda > 0$  da distribuição exponencial.

4. A FIFA divulgou no dia 18/09/2002 o “ranking” de selecções. O Brasil continua na liderança. Portugal desceu do 7º para o 11º lugar no “ranking” da FIFA. É a pior posição nacional desde Junho de 2000.

Na tabela seguinte apresentam-se as 21 selecções e correspondentes “rankings” actuais e anteriores.

País	Posição actual	Posição anterior
Brasil	1	1
França	2	4
Espanha	3	3
Alemanha	4	5
Argentina	5	2
México	6	6
Turquia	7	11
EUA	8	9
Inglaterra	9	7
Itália	10	9
Portugal	11	7
Holanda	12	14
Dinamarca	13	12
Irlanda	14	13
Camarões	15	17
Paraguai	16	19
Rep. Checa	17	21
Colômbia	18	15
Angola	62	64
Moçambique	127	129
Cabo Verde	156	163

Tendo em conta o reduzido número de países apresentados, seleccione (com um **X**) o melhor teste para averiguar se as posições actual e anterior no “ranking” da FIFA são significativamente diferentes.

	teste t para amostras independentes		teste t para amostras emparelhadas		teste de Man-Whitney U
	teste Wilcoxon-Signed Ranks		teste dos sinais		teste binomial

5. As cidades de torneio foram escolhidas de acordo com vários critérios, entre eles: o de serem capitais de distrito, por se destacarem pela qualidade do ambiente que as rodeia e o de terem um bom clima que, ao longo de todo o ano, atrai milhares de turistas. Recolheram-se as temperaturas médias diurnas durante 50 dias de Verão das 7 cidades escolhidas e efectuou-se uma análise de variância (ANOVA).

**ANOVA**

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	.....	.....	140,981	6,179	,000
Within Groups	7826,398	.....	.....		
Total	8672,283	.....			

- (a) Complete a tabela.
- (b) Conclua, aos níveis usuais de significância (1, 5 e 10%), se todas as cidades escolhidas têm temperaturas semelhantes, em média.
- (c) Se considerasse um planeamento com efeitos aleatórios qual seria a estimativa da variância dos efeitos?

6. A construção do estádio municipal de Aveiro, um dos estádios do torneio, foi adjudicada no Verão de 2001. Os trabalhos de terraplanagem foram adjudicados à firma Construtores Casais pelo valor de 450 mil euros. Efecturam-se registos semanais de despesas da firma, em milhares de euros: despesas totais ( $y$ ), avarias de equipamento ( $x_1$ ), condições metereológicas ( $x_2$ ) e número de trabalhadores ( $x_3$ ). Considerou-se um modelo de regressão múltipla para descrever  $y$  em função das restantes variáveis:

**Coefficients<sup>a</sup>**

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	-22,950	7,762		-2,957	,005
	avarias de equipamento	,675	,280	,706	2,409	,021
	condições metereológicas	-,201	,125	-,360	-1,608	,117
	número de trabalhadores	28,277	9,665	,626	2,926	,006

a. Dependent Variable: despesas totais

(a) Diga para que níveis de significância é que a ordenada na origem se pode considerar nula.

(b) Estabeleça a correspondência entre os seguintes intervalos de confiança colocando a letra respectiva em cada um dos espaços em branco.

A. ] - 38.7; -7.2[    B. ]8.7; 47.9[    C. ]17.2; 22.2[    D. ]18.6; 20.8[

Intervalo de confiança para o valor médio quando  $\hat{y} = 19.7$ .

Intervalo de confiança para a observação futura quando  $\hat{y} = 19.7$

Intervalo de confiança para  $\beta_0$

Intervalo de confiança para  $\beta_3$

(c) Considere os seguintes gráficos e tabelas.

**Model Summary<sup>a</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,975 <sup>a</sup>	,951	,947	1,13112

a. Predictors: (Constant), número de trabalhadores, condições metereológicas, avarias de equipamento

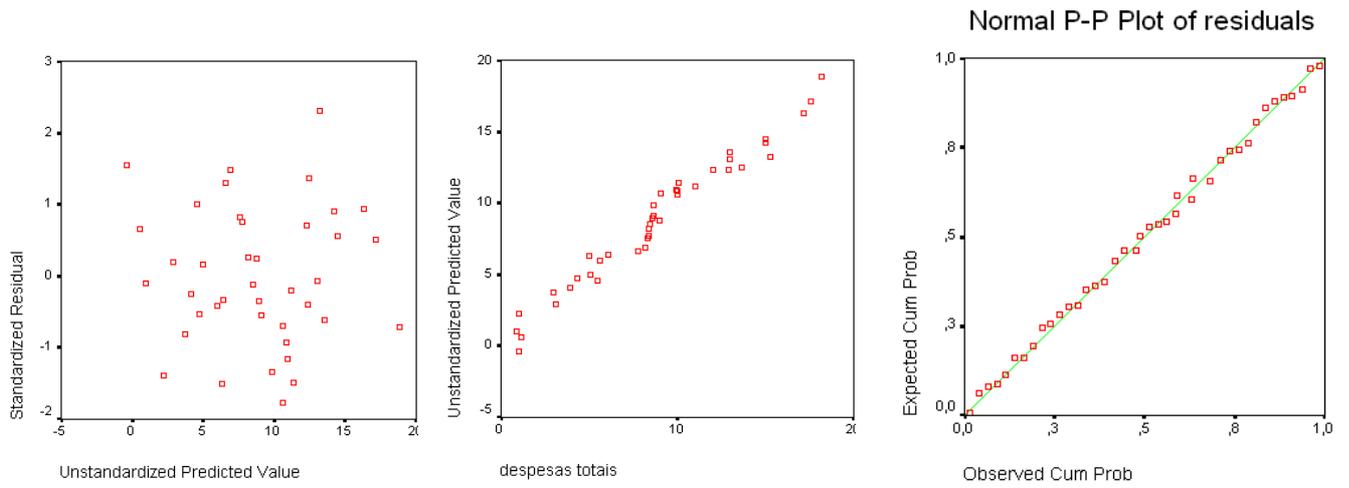
b. Dependent Variable: despesas totais

**ANOVA<sup>a</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	834,301	3	278,100	351,989	,000 <sup>a</sup>
	Residual	28,443	36	,790		
	Total	862,744	39			

a. Predictors: (Constant), número de trabalhadores, condições metereológicas, avarias de equipamento

b. Dependent Variable: despesas totais



Com base nos gráficos e/ou tabelas que achar conveniente o que pode afirmar sobre a validade dos pressupostos do modelo?

FIM