



**Exame de Recorrência de Métodos Estatísticos**  
**Departamento de Matemática – Universidade de Aveiro**

Data: 16/06/2006

Duração: 3 horas

Nome: \_\_\_\_\_ N.º: \_\_\_\_\_

Curso: \_\_\_\_\_ Regime: \_\_\_\_\_

Declaro que desisto \_\_\_\_\_

Classificação: \_\_\_\_\_

As cotações deste exame encontram-se na seguinte tabela:

Questão	1			2					3	4	5			6			7						
	a	b	c	a	b	c	d	e			a	b	c	a	b(i)	b(ii)	b(iii)	a	b	c	d	e	
<b>Cotação</b>	0,8	0,6	1	1	0,3	0,8	1,6	0,6	0,6	1	1	0,6	1,3	1	1	0,6	1	0,6	0,6	0,6	1	1,2	1,2
<b>Classif.</b>																							

Responda às questões utilizando o espaço reservado para o efeito. Tenha em atenção a clareza e apresentação das suas respostas.

A fábrica AVARRIA parece ter sérios problemas com a maquinaria de produção, muitas avarias, tempos de espera longos, etc. Por sua vez a empresa está com dificuldades financeiras e o director decidiu estudar alguns problemas da empresa.

1. Sabe-se que o número médio de avarias por dia é 30. O número de avarias que ocorrem na fábrica por dia é uma variável aleatória que pode ser modelada com uma distribuição \_\_\_\_\_ com parâmetro(s) \_\_\_\_\_.

(a) Qual a probabilidade de, num dia, ocorrerem 30 avarias?

(b) Qual a probabilidade de, em dois dias, ocorrerem 30 avarias no total?

(c) Qual a probabilidade de, num dia ocorrerem menos de 20 avarias? (Sugestão: use o teorema do limite central)

2. No sentido de estudar o tempo de trabalho sem falhas da maquinaria, foram contabilizados tempos entre avarias consecutivas ( $X$ ) que ocorrem na fábrica. Recolheu-se aleatoriamente 31 tempos entre avarias e observou-se que o correspondente tempo médio é 65min e o desvio padrão corrigido é 50min.

- (a) Diga qual é a probabilidade de um tempo entre avarias consecutivas escolhido ao acaso ser exactamente igual a 300min, assumindo que os tempos estão registados com precisão total.  $P(X=300)=$ \_\_\_\_\_
- (b) Apresente um intervalo de confiança a 99% (aproximado) para o valor médio. (Sugestão: use o teorema do limite central)

- (c) O técnico responsável pela maquinaria da empresa garante ao director que em média a empresa trabalha mais de 1 hora (**60 min**) sem problemas a um nível de significância de 1%. Decida, com base na região crítica, se o director tem razões para acreditar na afirmação do técnico. (Sugestão: use o teorema do limite central)

(d) Determine o *p-value* (aproximado) do teste que realizou anteriormente. (Sugestão: use o teorema do limite central)

(e) Determine o *p-value* (aproximado) do teste bilateral correspondente.

3. O tempo de espera (em minutos) por um arranjo de uma avaria de um dos sistemas da fábrica é uniformemente distribuído entre 1 e  $a$ . Observou-se uma amostra aleatória de dimensão 20 e verificou-se que a média e a variância corrigida amostrais são respectivamente 20min e 25min<sup>2</sup>. Encontre uma estimativa para  $a$  através do método dos momentos.

4. O tempo médio de arranjo de uma avaria de um outro sistema é 15min e o respectivo desvio padrão 2; o tempo médio de espera pelo técnico de manutenção é 5min e o desvio padrão 1; e o tempo de arranque do sistema reparado é 1min (tempo fixo). Admitindo que os vários tempos envolvidos são independentes e considerando a variável  $\text{Tempo}_{\text{total}}$  que contabiliza o tempo total de paragem do sistema quando avaria, determine:

$$E[\text{Tempo}_{\text{total}}] = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$\sigma_{\text{Tempo}_{\text{total}}} = \sqrt{\text{Var}[\text{Tempo}_{\text{total}}]} = \underline{\hspace{10cm}}$$

5. Recolheram-se duas amostras independentes sobre o total de tempo de avarias diário dos turnos da manhã e da tarde (o tempo foi medido em minutos e as observações foram escolhidas de modo aleatório). Fez-se uma análise através do SPSS e obtiveram-se os seguintes resultados:

**Group Statistics**

turno		N	Mean
Tempo de avaria	turno da manhã	26	180,9282
	turno da tarde	26	195,2350

**Independent Samples Test**

	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	95% Confidence Interval of the Difference	
								Lower	Upper
Tempo de avaria	1,170	,285	-,925	50	,359	-14,30686	15,46786	_____	_____
Equal variances assumed									
Equal variances not assumed			-,925	49,224	,360	-14,30686	15,46786	-45,38712	16,77340

(a) Aos níveis usuais de significância (1, 5 e 10%) existem evidências para assumir as variâncias dos dois turnos diferentes? Justifique.

(b) Complete a tabela indicando os cálculos que efectuar.

(c) Com base na análise do p-value, averigúe se existem evidências para acreditar que a média dos tempos de avarias de tarde é superior ao da manhã para  $\alpha = 5\%$  (não se esqueça de apresentar as hipóteses, o valor do p-value do teste unilateral em causa e a conclusão do teste).

6. Subdividiram-se 90 funcionários da empresa em 3 grupos de forma aleatória e pediu-se a cada grupo que quantificasse durante um mês o tempo de paragem médio do seu serviço de manhã, na primeira metade da tarde e na segunda metade da tarde. Alguns dos resultados obtidos a partir do SPSS foram os seguintes:

**Test of Homogeneity of Variances**

Tempo de paragem

Levene Statistic	df1	df2	Sig.
2,666	2	87	,075

**Tests of Normality**

Parte do dia	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Tempo de paragem						
manhã	,196	30	,005	,931	30	,053
1ª metade da tarde	,221	30	,001	,877	30	,002
2ª metade da tarde	,193	30	,006	,855	30	,001

a. Lilliefors Significance Correction

**Ranks**

	Parte do dia	N	Mean Rank
Tempo de paragem	manhã	30	45,48
	1ª metade da tarde	30	52,72
	2ª metade da tarde	30	38,30
	Total	90	

**Test Statistics<sup>a,b</sup>**

	Tempo de paragem
Chi-Square	4,647
df	2
Asymp. Sig.	_____

a. Kruskal Wallis Test

b. Grouping Variable: Parte do dia

**ANOVA**

Tempo de paragem

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	11626,807	2	5813,403	3,104	_____
Within Groups	162947,3	87	1872,957		
Total	174574,1	89			

(a) Conclua se existem evidências para considerar uma ANOVA paramétrica, ao nível de 5%, ou se deverá optar por uma ANOVA não-paramétrica.

(b) Pretende-se avaliar se os tempos de paragem do serviço são significativamente diferentes durante as três partes do dia.

- i. Formule as hipóteses do teste (legende os símbolos usados).

- ii. Calcule o *p-value* do teste que escolheu. Caso seja necessário considere:  $CDF.CHISQ(4,647; 2)=0.9021$ ;  $CDF.F(3,104; 2; 87)=0.9501$ .

iii. Ao nível de significância 1% decida e conclua o teste. Caso não tenha conseguido calcular o p-value considere p-value=0.099.

7. No sentido de avaliar o pouco lucro ou mesmo a falta dele, procura-se estudar a relação entre o lucro mensal, o número de avarias mensal, o tempo médio de espera devido a avarias, número de faltas dos funcionários, dias úteis do mês. Optou-se por ajustar um modelo de regressão linear, o qual permitiu obter os resultados seguintes:

**Model Summary<sup>b</sup>**

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,998 <sup>a</sup>	,995	,995	587,93248

a. Predictors: (Constant), número de dias uteis do mês (x4), total de faltas mensal (x3), número de avarias mensal (x1), tempo médio de espera por pessoa devido a avarias (x2)

b. Dependent Variable: lucro mensal (y)

**Descriptive Statistics**

	Mean	Std. Deviation	N
lucro mensal (y)	10783,13	8161,72704	40
número de avarias mensal (x1)	56,54	26,739	40
tempo médio de espera por pessoa devido a avarias (x2)	172,0000	79,29752	40
total de faltas mensal (x3)	3,15	3,223	40
número de dias uteis do mês (x4)	21,85	1,075	40

**ANOVA<sup>b</sup>**

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	2585839480				,000 <sup>a</sup>
	Residual	12098261				
	Total					

a. Predictors: (Constant), número de dias uteis do mês (x4), total de faltas mensal (x3), número de avarias mensal (x1), tempo médio de espera por pessoa devido a avarias (x2)

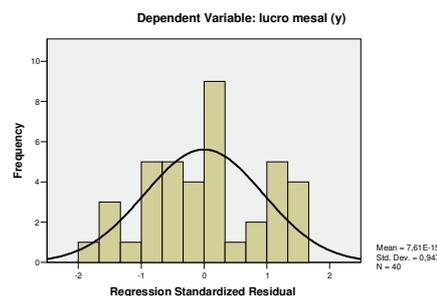
b. Dependent Variable: lucro mensal (y)

**Coefficients<sup>a</sup>**

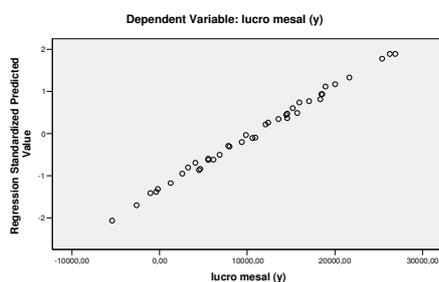
Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	28644,983	1969,430		14,545	,000
	número de avarias mensal (x1)	-83,557	22,705	-,274	-3,680	,001
	tempo médio de espera por pessoa devido a avarias (x2)	-68,137	7,864	-,662	-8,664	,000
	total de faltas mensal (x3)	-267,238	36,868	-,106	-7,249	,000
	número de dias uteis do mês (x4)	-26,354	88,438	-,003	-,298	,767

a. Dependent Variable: lucro mensal (y)

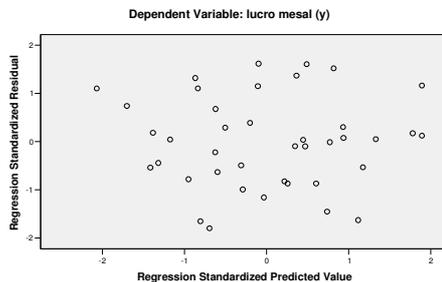
**Histogram**



**Scatterplot**



**Scatterplot**



**Normal Q-Q Plot of Unstandardized Residual**

