TESTES PARAMÉTRICOS

(POPULAÇÕES NORMAIS)

Quando a forma da função de distribuição é (supostamente) conhecida e as hipóteses dizem respeito a um ou mais parâmetros da distribuição temos um teste de hipóteses paramétrico.

De entre os teste paramétricos os mais usados são os que pressupõem que a distribuição da população é Normal.

Teste Z para a média μ, variância conhecida

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \mu_0$$

Estatística de teste: $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \underset{sob\ H_0}{\frown} N(0,1)$

Se $H_1 : \mu \neq \mu_0, \quad RC = \left\{t : |t| > z_{1-\alpha/2}\right\}$;
se $H_1 : \mu < \mu_0, \quad RC = \left\{t : t < z_\alpha\right\}$; se $H_1 : \mu > \mu_0, \quad RC = \left\{t : t > z_{1-\alpha}\right\}$.

Pressupostos exigidos:

1. As observações devem ser independentes e retiradas da mesma população (amostra aleatória);
2. A população deve ter distribuição Normal;
3. A variância da população, σ^2, deve ser conhecida a priori.

Teste t para a média μ, variância desconhecida

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu \begin{matrix} < \\ \neq \\ > \end{matrix} \mu_0$$

Estatística de teste: $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{S_c/\sqrt{n}} \underset{sob\ H_0}{\frown} t_{n-1}$

Se $H_1 : \mu \neq \mu_0$, $RC = \{t : |t| > t_{1-\alpha/2,(n-1)}\}$; se $H_1 : \mu < \mu_0$, $RC = \{t : t < t_{\alpha,(n-1)}\}$; se $H_1 : \mu > \mu_0$, $RC = \{t : t > t_{1-\alpha,(n-1)}\}$.

Pressupostos exigidos:

1. As observações devem ser independentes e retiradas da mesma população (amostra aleatória);
2. A população deve ter distribuição Normal com os dois parâmetros desconhecidos.

No SPSS o teste t está disponível no menu `Analyze / Compare Means / One Sample T Test`

Teste t para a comparação de médias μ_X e μ_Y em amostras independentes

Pressupostos exigidos:

1. Temos duas amostras $X_1, \ldots, X_n$, $Y_1, \ldots, Y_m$ independentes
2. Cada amostra deve ser constituída por observações independentes e retiradas da mesma população (amostras aleatórias)
3. As duas populações devem ter distribuição Normal com as variâncias **desconhecidas mas iguais**.

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu_X \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \mu_Y$$

Estatística de teste: $T = \dfrac{\bar{X} - \bar{Y}}{\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{1}{m}}\sqrt{\frac{(n-1)S_{X_c}^2 + (m-1)S_{Y_c}^2}{(n+m-2)}}} \underset{sob\ H_0}{\frown} t_{n+m-2}$

Teste t para a comparação de médias μ_X e μ_Y em amostras independentes no SPSS

No SPSS o teste t de comparação de médias em amostras independentes está disponível no menu `Analyze / Compare Means / Independent Samples T Test`.

A tabela de output do teste contém os resultados de um teste auxiliar (Teste de Levene) para averiguar se as variâncias são homogéneas (iguais).

Caso o p-value do teste de Levene conduza à não rejeição da hipótese de igualdade de variâncias ($sig > \alpha$), os resultados do teste t são os da primeira linha da tabela de output, obtidos com base na estatística dada anteriormente.

Caso o p-value do teste de Levene conduza à rejeição da hipótese de igualdade de variâncias ($sig \leq \alpha$), os resultados do teste t são os da segunda linha da tabela de output, obtidos com base numa outra estatística de teste.

Teste t para a comparação de médias μ_X e μ_Y em amostras emparelhadas

Pressupostos exigidos:

1. Temos duas amostras $X_1, \ldots, X_n$, $Y_1, \ldots, Y_n$ emparelhadas, i.e., formando pares (X_i, Y_i)
2. Cada amostra deve ser constituída por observações independentes e retiradas da mesma população (amostras aleatórias)
3. As duas populações devem ter distribuição Normal

$$H_0 : \mu_X = \mu_Y \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu_X \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \mu_Y$$

Estatística de teste: $T = \dfrac{\bar{D}}{S_{D_c}/\sqrt{n}} \underset{sob\ H_0}{\frown} t_{n-1}$, onde $D_i = X_i - Y_i$.

Teste t para a comparação de médias μ_X e μ_Y em amostras emparelhadas no SPSS

No SPSS o teste t de comparação de médias em amostras emparelhadas está disponível no menu `Analyze / Compare Means / Paired-Samples T Test`

Para além da tabela de output do teste propriamente dito surgem mais duas tabelas: a primeira com medidas amostrais (estatística descritiva das amostras) e a segunda com um estudo da correlação (associação) entre as variáveis. Este estudo permite averiguar se a associação entre as variáveis é significativa pois caso não seja é preferível efectuar o teste t de comparação de médias em amostras independentes (o número de graus de liberdade é o dobro).

Teste para a variância σ^2

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad vs \qquad H_1 : \quad \sigma^2 \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \sigma_0^2$$

Estatística de teste: $T = \dfrac{(n-1)S_c^2}{\sigma_0^2} \underset{sob\ H_0}{\frown} \chi^2_{n-1}.$

Se $H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$, $RC = \left\{t : t < \chi^2_{\alpha/2,(n-1)} \text{ ou } t > \chi^2_{1-\alpha/2,(n-1)}\right\}$; se $H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$, $RC = \left\{t : t < \chi^2_{\alpha,(n-1)}\right\}$; se $H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$, $RC = \left\{t : t > \chi^2_{1-\alpha,(n-1)}\right\}$.

Pressupostos exigidos:

1. As observações devem ser independentes e retiradas da mesma população (amostra aleatória);
2. A população deve ter distribuição Normal.

Teste para o desvio padrão σ.

$$H_0 : \sigma = \sigma_0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \sigma \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \sigma_0$$

Efectua-se o teste para a variância correspondente:

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 \quad vs \qquad H_1 : \ \sigma^2 \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \sigma_0^2$$

Pressupostos exigidos:

1. As observações devem ser independentes e retiradas da mesma população (amostra aleatória);
2. A população deve ter distribuição Normal.

Teste para a comparação de variâncias σ_X^2 e σ_Y^2 (amostras independentes).

Pressupostos exigidos:

1. Temos duas amostras $X_1, \ldots, X_n$, $Y_1, \ldots, Y_m$ independentes
2. Cada amostra deve ser constituída por observações independentes e retiradas da mesma população (amostras aleatórias)
3. As duas populações devem ter distribuição Normal

$$H_0 : \sigma_X^2 = \sigma_Y^2 \quad vs \qquad H_1 : \quad \sigma_X^2 \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \sigma_Y^2$$

Estatística de teste: $T = \dfrac{S_{X_c}^2}{S_{Y_c}^2} \underset{sob\ H_0}{\frown} F_{(n-1),(m-1)}.$

Se $H_1 : \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$, $RC = \left\{t : t > F_{1-\alpha/2,(n-1),(m-1)} \text{ ou } t < F_{\alpha/2,(n-1),(m-1)}\right\}$; se $H_1 : \sigma_X^2 < \sigma_Y^2$, $RC = \left\{t : t < F_{\alpha,(n-1),(m-1)}\right\}$; se $H_1 : \sigma_X^2 > \sigma_Y^2$, $RC = \left\{t : t > F_{1-\alpha,(n-1),(m-1)}\right\}$.

TESTES PARAMÉTRICOS COM BASE NO TEOREMA DO LIMITE CENTRAL

Teste Z para a média μ, numa população genérica

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \mu_0$$

Estatística de teste: $T = \dfrac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} \underset{sob\ H_0}{\overset{\circ}{\frown}} N(0,1)$ (σ conhecido)

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S_c/\sqrt{n}} \underset{sob\ H_0}{\overset{\circ}{\frown}} N(0,1) \quad (\sigma \text{ desconhecido})$$

1. As observações devem ser independentes e retiradas da mesma população (amostra aleatória);
2. A população deve ter uma distribuição que esteja nas condições de aplicação do TLC (média e variância finitas).
3. A amostra deve ser grande ($n \geq 30$ pelo menos).

Teste Binomial a uma proporção p

Seja $\hat{p} = X/n$ a proporção de indivíduos com uma certa característica de interesse numa amostra aleatória de dimensão n, e p a proporção de indivíduos com essa característica na população.

$$H_0 : p = p_0 \quad vs \qquad H_1 : \quad p \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} p_0$$

Este teste está disponível no SPSS no menu `Analyze / Nonparametric Tests / Binomial`

Teste exacto

Estatística de teste: $T = X \underset{sob\ H_0}{\frown} Binomial(n, p_0)$

Teste com base no TLC

Estatística de teste: $T = \dfrac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} = \dfrac{\frac{X}{n} - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}} \underset{sob\ H_0}{\overset{\circ}{\frown}} N(0,1)$

TESTES NÃO PARAMÉTRICOS

Testes não paramétricos são testes de hipóteses que não requerem pressupostos sobre a forma da distribuição subjacente aos dados.

Vantagens dos testes não paramétricos:

- Se a dimensão da amostra é muito pequena, pode não haver alternativa senão o recurso a testes não paramétricos, a não ser que a distribuição exacta da população seja conhecida.
- Os testes não paramétricos requerem usualmente poucos pressupostos acerca dos dados e podem ser mais relevantes para uma determinada situação prática.
- Estão disponíveis testes não paramétricos para analisar dados medidos apenas numa escala ordinal. Para este tipo de dados os testes paramétricos não se podem aplicar.
- Existem testes não paramétricos para dados categorizados, ou seja, que são medidos numa escala nominal. Nenhuma técnica paramétrica se aplica a tais dados.
- Existem testes não paramétricos adequados para amostras provenientes de diversas populações.

Desvantagens dos testes não paramétricos:

- Se todos os pressupostos de um modelo estatístico paramétrico forem satisfeitos e as hipóteses de interesse puderem ser testadas usando testes paramétricos, estes gozarão de preferência sobre testes não paramétricos por serem mais potentes.

- Ao contrário dos testes paramétricos que têm sido sistematizados de tal modo que testes diferentes são simplesmente uma variação de um tema central, os testes não paramétricos são alicerçados em propriedades empíricas.

Teste dos sinais para a mediana μ de uma amostra ou para a comparação de duas amostras emparelhadas

Alternativa não-paramétrica ao teste t para a média (ou comparação de médias em amostras emparelhadas). μ representa a mediana em vez da média.

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \mu_0$$

Este teste reduz-se ao teste Binomial (a uma proporção) averiguando se a proporção de observações acima (ou abaixo) da mediana pode ser considerada $1/2$.

No caso de comparar duas amostras emparelhadas averigua se a proporção de pares em que $X_i > Y_i$ pode ser considerada $1/2$. Tal como no teste t, a comparação de duas amostras emparelhadas reduz-se ao teste a uma amostra aplicado às diferenças $D_i = X_i - Y_i$, em que as hipóteses são:

$$H_0 : \mu_D = 0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu_D \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} 0$$

Pressupostos exigidos:

1. As observações (amostra original no caso de uma só amostra ou amostra das diferenças no caso de duas amostras) devem ser independentes e retiradas da mesma população (amostra aleatória);

2. A variável de interesse é medida numa escala que seja, pelo menos *ordinal*;

3. A f.d. F da população X (caso de uma amostra) ou das diferenças D (caso de duas amostras) é *contínua*.

Teste dos sinais no SPSS

No SPSS, este teste surge apenas para a comparação de amostras emparelhadas: menu `Analyze / Nonparametric Tests / 2 Related Samples`. No entanto podemos utilizar este menu para uma só amostra criando uma variável com todas as observações iguais ao valor em teste μ_0 e tomando essa variável como a amostra Y.

Exemplo de output (teste a uma amostra):

Frequencies

		N
MED80 - Peso inicial	Negative Differences[a]	11
	Positive Differences[b]	5
	Ties[c]	0
	Total	16

a. MED80 < Peso inicial

b. MED80 > Peso inicial

c. Peso inicial = MED80

Test Statistics[b]

	MED80 - Peso inicial
Exact Sig. (2-tailed)	,210[a]
Exact Sig. (1-tailed)	,105
Point Probability	,067

a. Binomial distribution used.

b. Sign Test

Exemplo de output (teste a duas amostras emparelhadas):

Frequencies

		N
Peso final - Peso inicial	Negative Differences[a]	16
	Positive Differences[b]	0
	Ties[c]	0
	Total	16

a. Peso final < Peso inicial

b. Peso final > Peso inicial

c. Peso inicial = Peso final

Test Statistics[b]

	Peso final - Peso inicial
Exact Sig. (2-tailed)	,000[a]
Exact Sig. (1-tailed)	,000
Point Probability	,000

a. Binomial distribution used.

b. Sign Test

Teste de Wilcoxon (signed-ranks) para a mediana μ de uma amostra ou para comparação de duas amostras emparelhadas

Alternativa não-paramétrica ao teste t para a média (ou comparação de médias em amostras emparelhadas). μ representa a mediana em vez da média.

$$H_0 : \mu = \mu_0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \mu_0, \quad \text{(uma amostra)}$$

$$H_0 : \mu_D = 0 \quad vs \qquad H_1 : \quad \mu_D \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} 0, \quad \text{(duas amostras emparelhadas)}$$

Pressupostos exigidos:

1. As observações (amostra original no caso de uma só amostra ou amostra das diferenças no caso de duas amostras) devem ser independentes e retiradas da mesma população (amostra aleatória);

2. A variável de interesse é medida numa escala que seja, pelo menos *ordinal*;

3. A f.d. F da população X (caso de uma amostra) ou das diferenças D (caso de duas amostras) é *contínua* e *simétrica relativamente à sua mediana*

Nota: Se a distribuição for simétrica e tiver média finita a mediana é igual à média.

O teste de Wilcoxon (signed ranks) assenta na seguinte metodologia:

1. Determinam-se as distâncias entre as observações e a mediana em teste, $|D_i|$, $D_i = X_i - \mu_0$; (no caso de duas amostras determina-se o módulo das diferenças $D_i = X_i - Y_i$)
2. Ordena-se (crescentemente) a amostra das distâncias;
3. Associa-se a cada distância ordenada a sua ordem ou *rank* R_i, mantendo informação sobre o sinal original de D_i.
4. Calcular a soma dos *ranks* das diferenças D_i positivas, T^+ (*ranks* das observações que excedem μ_0 no caso de uma amostra; *ranks* dos pares em que $X_i > Y_i$ no caso de duas amostras).
5. Calcular a soma dos *ranks* das diferenças D_i negativas, T^-.
6. Se H_0 for verdadeira estas duas somas não deverão diferir muito. Wilcoxon estabeleceu valores críticos que definem quando é que a diferença entre as duas somas se deve considerar significativa.
7. Quando n é grande, com base no TLC considera-se a distribuição assimptótica da estatística de teste T^+ (que é Normal).

Teste de Wilcoxon no SPSS

No SPSS, este teste surge apenas para a comparação de amostras emparelhadas: menu `Analyze / Nonparametric Tests / 2 Related Samples`. No entanto podemos utilizar este menu para uma só amostra criando uma variável com todas as observações iguais ao valor em teste μ_0 e tomando essa variável como a amostra Y.

Exemplo de output (teste a uma amostra):

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
MED80 - Peso inicial	Negative Ranks	11[a]	9,91	109,00
	Positive Ranks	5[b]	5,40	27,00
	Ties	0[c]		
	Total	16		

a. MED80 < Peso inicial

b. MED80 > Peso inicial

c. Peso inicial = MED80

Test Statistics[b]

	MED80 - Peso inicial
Z	-2,121[a]
Asymp. Sig. (2-tailed)	,034
Exact Sig. (2-tailed)	,032
Exact Sig. (1-tailed)	,016
Point Probability	,001

a. Based on positive ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

Exemplo de output (teste a duas amostras emparelhadas):

Ranks

		N	Mean Rank	Sum of Ranks
Peso final - Peso inicial	Negative Ranks	16[a]	8,50	136,00
	Positive Ranks	0[b]	,00	,00
	Ties	0[c]		
	Total	16		

a. Peso final < Peso inicial

b. Peso final > Peso inicial

c. Peso inicial = Peso final

Test Statistics[b]

	Peso final - Peso inicial
Z	-3,521[a]
Asymp. Sig. (2-tailed)	,000
Exact Sig. (2-tailed)	,000
Exact Sig. (1-tailed)	,000
Point Probability	,000

a. Based on positive ranks.

b. Wilcoxon Signed Ranks Test

Teste para a comparação de medianas (amostras independentes) - Mann-Whitney U, ou Wilcoxon rank-sum ou Wilcoxon Mann-Whitney test

$$H_0: \ \mu_X = \mu_Y \quad vs \quad H_1 : \mu_X \begin{array}{c} < \\ \neq \\ > \end{array} \mu_Y$$

Vários autores propuseram testes (que se mostraram ser) equivalentes para comparar duas amostras independentes de forma não paramétrica. Por isso surge alguma confusão na designação deste teste.

Pressupostos exigidos:

1. A variável de interesse é medida numa escala (pelo menos) ordinal.

2. Os dados disponíveis para análise são compostos por uma realização de duas a.a.'s provenientes de duas populações de interesse.

3. As duas amostras, $(X_1, ..., X_n)$ e $(Y_1, ..., Y_m)$, são independentes.

4. As f.d.'s das populações X e Y são *contínuas*.

5. As distribuições na génese das amostras são idênticas no que respeita à forma. Todavia, não é imperativo que sejam normais.

O teste de Wilcoxon (rank-sum) assenta na seguinte metodologia:

1. Ordenam-se todas as observações (das duas amostras em conjunto) e atribuem-se *ranks*.

2. Somam-se os *ranks* das observações provenientes de cada uma das amostras e calcula-se a média (de *ranks*) correspondente a cada amostra.

3. Se H_0 for verdadeira os *ranks* médios não deverão diferir muito. Wilcoxon determinou valores críticos que establecem quando é que a diferença se deve considerar significativa.

4. Para amostras grandes, toma-se a distribuição assintótica da estatística de teste (que é Normal).

O procedimento a seguir na realização do teste U de Mann-Whitney é o seguinte:

1. Sem perda de generalidade toma-se para amostra X a amostra de menor dimensão (tendo o cuidado de enunciar correctamente as hipóteses).

2. Ordena-se a amostra global e identifica-se a amostra de origem de cada um dos valores.

3. Define-se como estatística de teste U, o número de vezes que cada valor da amostra X é maior que um valor da amostra Y, na amostra global.

4. A estatística de teste de Wilcoxon é definida como a soma dos ranks provenientes da amostra X.

5. Para amostras de pequena dimensão acede-se à distribuição exacta da estatística de teste que se encontra tabelada. Quando n e m são suficientemente elevados, utiliza-se a distribuição assimptótica da estatística de teste (que é Normal).

Teste de Mann-Whitney U, ou Wilcoxon rank-sum ou Wilcoxon Mann-Whitney no SPSS

No SPSS, este teste surge no menu `Analyze / Nonparametric Tests / 2 Independent Samples`.

Exemplo de output:

Ranks

	Sexo	N	Mean Rank	Sum of Ranks
Peso inicial	Masculino	9	12,00	108,00
	Feminino	7	4,00	28,00
	Total	16		

Test Statistics[b]

	Peso inicial
Mann-Whitney U	,000
Wilcoxon W	28,000
Z	-3,339
Asymp. Sig. (2-tailed)	,001
Exact Sig. [2*(1-tailed Sig.)]	,000[a]
Exact Sig. (2-tailed)	,000
Exact Sig. (1-tailed)	,000
Point Probability	,000

a. Not corrected for ties.

b. Grouping Variable: Sexo

TESTES DE AJUSTAMENTO

São testes não paramétricos para averiguar se uma dada amostra pode ser considerada como sendo proveniente de uma certa distribuição. Têm particular interesse os testes de ajustamento à Normal.

Teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov

Pressupostos exigidos:

1. A amostra provém de uma distribuição contínua.

2. Os parâmetros da distribuição em teste são pré-especificados e não devem ser estimados a partir da amostra.

$$H_0 : X \frown F_0 \quad vs \quad H_1 : X \frown \text{outra distribuição}$$

Estatística de teste: $D = \sup_{x \in \mathbb{R}} |F_n(x) - F_0(x)|$ o que representa a maior distância (na vertical) entre a função de distribuição empírica (frequências relativas acumuladas) e a função de distribuição em teste.

Teste de ajustamento de Kolmogorov-Smirnov no SPSS

No SPSS, este teste surge no menu `Analyze / Nonparametric Tests / 1 Sample KS`. Permite testar apenas 4 distribuições, entre as quais se inclui a Normal e a de Poisson (neste caso viola-se o pressuposto de continuidade da distribuição em teste).

Exemplo de output:

One-Sample Kolmogorov-Smirnov Test

		Peso inicial
N		16
Normal Parameters[a,b]	Mean	89,98
	Std. Deviation	15,183
Most Extreme Differences	Absolute	,156
	Positive	,156
	Negative	-,138
Kolmogorov-Smirnov Z		,625
Asymp. Sig. (2-tailed)		,830
Exact Sig. (2-tailed)		,775
Point Probability		,000

a. Test distribution is Normal.

b. Calculated from data.

Testes de ajustamento específicos para a distribuição Normal

Teste de Kolmogorov-Smirnov com correcção de Lillefors:

Quando se utiliza o teste de Kolmogorov-Smirnov estimando os parâmetros a partir da amostra perde-se potência. Lillefors efectuou uma correcção ao teste de Kolmogorov-Smirnov para o caso da distribuição em teste ser Normal, aumentando assim a potência do teste.

Este teste deve ser utilizado em amostras grandes ($n \geq 30$).

Teste de Shapiro-Wilk: Os autores Shapiro e Wilk propuseram um teste de ajustamento específico para a distribuição Normal que tem uma melhor performance que o teste anterior em amostras reduzidas ($n < 30$).

Estes dois testes estão disponíveis no SPSS no menu `Analyze / Descriptive Statistics / Explore` seleccionando no botão `Charts` a opção `Normality Tests with Plots`.

Exemplo de output:

Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov[a]			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Peso inicial	,156	16	,200*	,938	16	,320

*. This is a lower bound of the true significance.

a. Lilliefors Significance Correction

Teste de ajustamento do χ^2

$$H_0: \; X \frown F_0 \quad vs \quad H_1 : \frown \text{outra distribuição}$$

Procedimento:

1. Organizam-se os n dados em k classes e calculam-se as frequências observadas, n_i.
   - Se os dados são discretos, habitualmente as classes correspondem aos valores da variável (com excepção das classes terminais).
   - O número de classes deve ser o maior possível, mas cada classe não deve ter frequência esperada inferiores a 5. Se isso acontecer devem-se agrupar classes.
   - As classes devem percorrer todos os valores possíveis da variável.

2. Calculam-se as frequências esperadas das classes, np_i, de acordo com F_0.

Se a distribuição contiver parâmetros desconhecidos estes serão estimados a partir da amostra.

3. Utiliza-se a estatística de teste

$$T = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \frown \chi^2_{k-p-1},$$

onde p representa o número de parâmetros que é necessário estimar a partir da amostra.

4. Rejeita-se H_0 para valores elevados de T, $T > \chi^2_{1-\alpha,k-p-1}$.

No SPSS, este teste surge no menu `Analyze / Nonparametric Tests / Chi-Square`.

TESTES PARA DADOS NOMINAIS

Teste do qui-quadrado e

Teste exacto de Fisher.

Dados apresentados em tabelas de contingência

Quando um conjunto de indivíduos é classificado pelo cruzamento de dois (ou mais) critérios (qualitativos ou quantitativos) podemos apresentar as frequências observadas numa tabela a que se chama tabela de contingência. Por exemplo:

	Patologia		
Sexo	Presente	Ausente	Total
Feminino	30	20	50
Masculino	15	35	50
Total	45	55	100

As tabelas de contingência são muito utilizadas quando estamos perante dados nominais. Iremos apenas considerar tabelas de dupla entrada (duas variáveis em jogo).

Existem várias ferramentas para tratar este tipo de dados entre as quais referimos o teste do qui-quadrado e o teste exacto de Fisher (válido apenas para tabelas 2×2).

As ferramentas estatísticas para dados organizados em tabelas de contingência estão disponíveis no SPSS através do menu `Analyze / Descriptive Statistics / Crosstabs`.

Primeiramente há que introduzir os dados da tabela de contingência e seleccionar o menu `Data / Weight cases` por forma a atribuir pesos correspondentes às frequências observadas para cada célula.

	sexo	patologia	frequencia
1	feminino	presente	30
2	feminino	ausente	20
3	masculin	presente	15
4	masculin	ausente	35
5			
6			
7			

O teste do qui-quadrado pode ser utilizado para dar resposta a dois tipos de problemas:

1. Teste de independência.

2. Teste de homogeneidade.

Estatística de teste: $X^2 = \sum_{\text{todas as células}} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i},$

onde E_i representa a frequência esperada e O_i a observada.

Quando o número de observações é elevado a distribuição da estatística X^2 é aproximadamente a do χ^2 e daí o nome do teste.

Rejeita-se a hipótese de independência entre as variáveis (ou de homogeneidade) quando o valor da estatística de teste é superior a um certo valor crítico (reflectindo grandes desvios entre as frequências observadas e esperadas).

Pressupostos exigidos:

1.As frequências esperadas em cada classe não devem ser inferiores a 5 unidades sempre que o número total de observações é $n \leq 20$.

2.Se $n > 20$ não deverá existir mais do que 20% das células com frequências esperadas inferiores a 5 nem deverá existir nenhuma célula com frequência esperada inferior a 1.

Inconvenientes do teste:

1. Uma vez que a distribuição da estatística de teste é apenas aproximada (assintótica), para amostras pequenas o valor do *p-value* poderá conter um erro apreciável. No caso de tabelas 2×2 e sempre que $n \leq 20$ deve-se recorrer ao teste exacto de Fisher que fornece valores exactos para os *p-values* do teste.

2. Devido à natureza discreta da contagem das frequências o valor da estatística do χ^2 vem acrescida de um erro. No caso de tabelas 2×2 deve-se utilizar uma **correcção à continuidade** (fornecida pelo SPSS).