Departamento de Informática, Universidade do Minho
Licenciatura em Ciências da Computação
Teste de Interacção e Concorrência
22.05.17

1. (3 val) Prove, ou refute com um contra-exemplo, a seguinte afirmação:
"A união de duas bissimulações é uma bissimulação".

2. (7 val) Considere o processo $P =^{df} \big((a.0 + b.0)\big|c.a.0\big)$ na álgebra de processos CCS.
   i) Represente o diagrama de transição de P.
   ii) Encontre um processo Q, no qual não ocorram composições paralelas, e que seja tal que $P \sim Q$. Justifique a sua escolha.
   iii) Considere agora o processo R, definido como P, mas tomando $\bar{b}$ no lugar da acção c. Encontre um processo T tal que $R \setminus \{b\} \approx_{br} T$, onde $\approx_{br}$ denota a relação de bissimilaridade ramificada (*branching bisimilarity*).
   iv) Indique o proccesso T encontrado na alínea anterior é fracamente bisimilar a R e, em caso positivo, se essa bisimilaridade fraca tem propriedade da raiz (i.e., se R e T são *rooted weak bisimilar*).

3. (5 val) Considere a seguinte especificação algébrica:

   Σ:

   sorts *proc*

   op $\delta :\to proc$; $a :\to proc$; $. : A \times proc \to proc$

   *Ax***:**

$$
\begin{array}{lll}
A1 & x + y & = y + x \\
A2 & (x + y) + z & = x + (y + z) \\
A3 & x + x & = x \\
A4 & (x + y).z & = x.z + y.z \\
A5 & (x.y).z & = x.(y.z) \\
A6 & x + \delta & = x \\
A7 & \delta.x & = \delta
\end{array}
$$

   i) Com recurso ao cálculo equacional prove que $Ax \vdash_\Sigma x.(y + y) = x.y + x.y$
   (Hint: é possível fazer a derivação utilizando apenas um axioma da especificação).
   ii) Defina a álgebra $T_\Sigma / \equiv_{Ax}$.

4. (5 val) Considere os seguintes processos expressos na linguagem CCS:
   - $A =^{df} a.a.A + a.0$.
   - $B =^{df} a.B + a.0$,

   i) Indique uma fórmulas φ na Lógica de Hennessy-Milner que distinga os processos anteriores tal que $A \models \varphi$ e $B \not\models \varphi$.
   ii) Os modelos anteriores são bissimilares? justifique a sua resposta com base na alínea anterior.

Semântica Operacional Estruturada do CCS

$$\frac{}{a.p \xrightarrow{a} p}\,(act)$$

$$\frac{p \xrightarrow{a} p'}{p + q \xrightarrow{a} p'}\,(sum - l) \qquad \frac{q \xrightarrow{a} q'}{p + q \xrightarrow{a} q'}\,(sum - r)$$

$$\frac{p \xrightarrow{a} p'}{p \mid q \xrightarrow{a} p' \mid q}\,(par - l) \qquad \frac{q \xrightarrow{a} q'}{p \mid q \xrightarrow{a} p \mid q'}\,(par - r)$$

$$\frac{p \xrightarrow{a} p' \quad q \xrightarrow{\bar{a}} q'}{p \mid q \xrightarrow{\tau} p' \mid q'}\,(react) \qquad \frac{p \xrightarrow{a} p'}{p \setminus \{k\} \xrightarrow{a} p \setminus \{k\}}\,(res) \quad (\text{if } a \notin \{k, \overline{k}\})$$

$$\frac{p \xrightarrow{a} p'}{p[f] \xrightarrow{f(a)} p'[f]}\,(rel) \quad (f \text{ relabelling function})$$

$$\frac{p \xrightarrow{a} p'}{k \xrightarrow{a} p'}\,(con) \quad k =^{df} p$$

Cálculo Equacional

$$\frac{}{\Phi \vdash_\Sigma t = t}\,(reflexivity) \qquad \frac{}{\Phi \vdash_\Sigma t_1 = t_2}\,, t_1 = t_2 \in \Phi \text{ (axioms)}$$

$$\frac{\Phi \vdash_\Sigma t_1 = t_2}{\Phi \vdash_\Sigma t_2 = t_1}\,(symmetry) \qquad \frac{\Phi \vdash_\Sigma t_1 = t_2 \quad \Phi \vdash_\Sigma t_2 = t_3}{\Phi \vdash_\Sigma t_1 = t_3}\,(transitivity)$$

$$\frac{\Phi \vdash_\Sigma t_1 = t_1' \quad \cdots \quad \Phi \vdash_\Sigma t_n = t_n'}{\Phi \vdash_\Sigma f(t_1, \cdots, t_n) = f(t_1', \cdots, t_n')}\,, f : s_1 \times \cdots \times s_n \to s \in \Sigma\ (congruence)$$

$$\frac{\Phi \vdash_\Sigma t_1 = t_2}{\Phi \vdash_\Sigma \sigma(t_1) = \sigma(t_2)}\,, \sigma : X \to \mathrm{T}(\Sigma, X)(replacement)$$